भौतिकी

अध्याय-1: वैद्युत आवेश

वैद्युत आवेश (Electric Charge)

वैद्युत आवेश पदार्थ का वह गुण है जिस कारण वह वैद्युत एवं चुम्बकीय प्रभाव उत्पन्न करता है या इनका अनुभव करता है। विद्युत आवेश एक अदिश भौतिक राशि है।

वैद्युत आवेश दो प्रकार का होता है:-

धन आवेश (Positive Charge):- किसी वस्तु पर धन आवेश, उसकी सामान्य अवस्था से इलेक्ट्रॉनों की कमी को प्रदर्शित करता है।

ऋण आवेश (Negative Charge):- किसी वस्तु पर ऋण आवेश, उसकी सामान्य अवस्था से इलेक्ट्रॉनों की अधिकता को प्रदर्शित करता है।

वैद्युत आवेशों के गुण (Properties of Electric Charges):- विद्युत् आवेशों में सजातीय आवेशों के बीच प्रतिकर्षण बल तथा विजातीय आवेशों के बीच आकर्षण बल कार्य करता है। यह आवेश का एक महत्वपूर्ण गुण है।

आवेशों का क्वान्टीकरण (Quantization of Charges):- आवेशों का क्वान्टीकरण किसी आवेशित वस्तु पर आवेश एक न्यूनतम आवेश (e) के सरल गुणक के रूप में ही हो सकता है अर्थात् वैद्युत आवेश को अनिश्चित रूप से विभाजित नहीं किया जा सकता है। अतः किसी वस्तु पर आवेश Q =± ne न जहाँ, n = 12,3, ...

आवेशों का संरक्षण (Conservation of Charges):- इस सिद्धांत अनुसार आवेश न तो नष्ट किया जा सकता है और न ही उत्पन्न किया जा सकता केवल एक वस्तु से दूसरी वस्तु पर स्थानान्तरण सम्भव है,इसे ही आवेश सरंक्षण का सिद्धांत कहते है।

किसी वस्तु पर कुल आवेश उसे दिए गए अलग - अलग आवेशों के बीजगणितीय योग के बराबर होता है।

आवेश सदैव द्रव्यमान सम्बद्ध रहता है अर्थात् आवेश द्रव्यमान रहित नहीं हो सकता है जबकि द्रव्यमान आवेश रहित हो सकता है।

स्थिर अवस्था में आवेश केवल वैद्युत क्षेत्र एवं एकसमान गति की अवस्था में वैद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र दोनों तथा त्वरित गति की अवस्था में वैद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र के साथ वैद्युत चुम्बकीय विकिरण उत्पन्न करता है।

वैद्युत आवेश के मात्रक (Units of Electric Charge)

आवेश का SI मात्रक ' ऐम्पियर सेकण्ड ' या ' कूलॉम ' है। इसके अन्य छोटे मात्रक मिलीकूलॉम (mC) या माइक्रोकूलॉम (μC) हैं। आवेश का (CGS) मात्रक स्टैट कूलॉम (stat coulomb) या स्थिर वैद्युत मात्रक है। आवेश का वैद्युत चुम्बकीय मात्रक ऐब कूलॉम है।

1 कूलॉम 3 $\times 10^9$ स्टैट कूलॉम ऐब =1/10`कूलॉम

आवेशन की विधियाँ (Methods of Charging)

किसी वस्तु को निम्न विधियों द्वारा आवेशित किया जा सकता है:-

(a) घर्षण द्वारा (By Friction)

जब दो वस्तुओं को आपस में रगड़ते हैं तो उनके मध्य इलेक्ट्रॉनों के स्थानान्तरण के कारण, ये वस्तुएँ आवेशित हो जाती हैं। दोनों वस्तुओं पर बराबर तथा विपरीत प्रकार के आवेश उत्पन्न होते हैं।

उदाहरण:

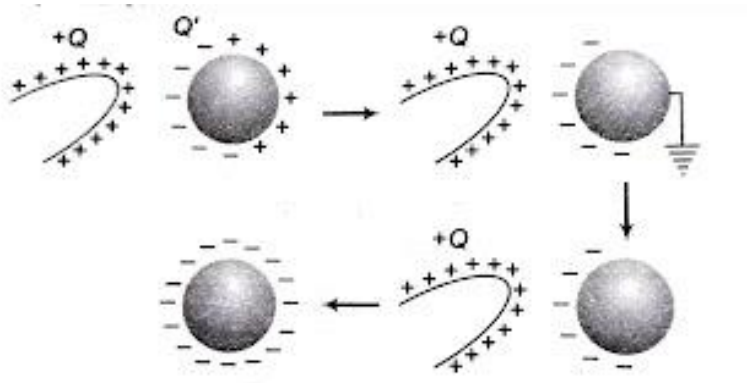
(i) जब एक काँच की छड़ को रेशम के कपड़े से रगड़ा जाता है, तो काँच की छड़ धनावेशित एवं रेशम का कपड़ा ऋणावेशित हो जाता है।

(ii) ऐबोनाइट (ebonite rod) की छड़ को ऊन से रगड़ने पर ऐबोनाइट की छड़ ऋणावेशित तथा ऊन धनावेशित हो जाती है।

(b) स्थिर वैद्युत प्रेरण द्वारा (By Electro Static Induction)

यदि एक आवेशित वस्तु को किसी अनावेशित वस्तु के समीप लाएँ तो अनावेशित वस्तु की पास वाली सतह पर विपरीत प्रकृति का आवेश एवं दूर वाली सतह पर समान प्रकृति का आवेश उत्पन्न हो जाता है।

इस घटना को स्थिर वैद्युत प्रेरण कहा जाता है। प्रेरण विधि द्वारा वस्तु पर प्रेरित आवेश की अधिकतम मात्रा Q=Q[1-1/K] हो सकती है। जहाँ Q, प्रेरक वस्तु पर आवेश तथा K, अनावेशित वस्तु का परावैद्युतांक है।



(c) चालन द्वारा (By Conduction)

किसी आवेशित चालक को किसी अनावेशित चालक के सम्पर्क में लाने पर, दोनों चालकों पर समान प्रकृति का आवेश फैल जाता है। इसे सम्पर्क द्वारा आवेशन कहा जाता है।

कूलॉम का नियम (coulomb's law)

1785 में, Charles Augustine Coulomb (C.A coulomb) ने दो बिंदु आवेशों के बीच आकर्षण और प्रतिकर्षण बल का मान ज्ञात करने के लिए कूलॉम के नियम के रूप में जाना जाने वाला एक नियम बनाया।

कूलॉम के नियम (Coulomb's law) भौतिक विज्ञान का एक नियम है जो स्थिर इलेक्ट्रिक चार्ज कणों के बीच लगता है।

इस नियम के अनुसार:- "इस नियम के अनुसार: "दो आवेशों के बीच बल उन दोनों आवेशों के मान के समानुपाती होते हैं और उनकी दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होते हैं।"

कूलॉम के नियम का गणितीय निरूपण:

मान लीजिए कि दो आवेश q_1 और q_2 r दूरी पर स्थित हैं, तो उनके बीच आकर्षण या प्रतिकर्षण का बल F है। आवेश का बल दोनों आवेशों के परिमाण के गुणनफल के समानुपाती होता है। अर्थात

$$F \propto q_1.q_2$$

तथा कार्यरत बल दोनों आवेशों के आवेशों के मध्य की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

मान लीजिए कि दो बिंदु आवेश q_1 और q_2 हैं और फिर इन दो आवेशों के बीच की दूरी r है।

दो बिंदुओं के बीच आवेश का बल प्रथम आवेश × दूसरा आवेश

$$F \propto q_1 \times q_2$$

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

फिर इन दोनों के संयोजन से कूलॉम के नियम का सूत्र बनता है।

$$F \propto \frac{q_1 \times q_2}{r^2}$$

$$F = k \times \frac{q_1 \times q_2}{r^2}$$

जहाँ k एक constant है जिसका मान $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ है k का मान आवेशों के बीच मौजूद माध्यम की प्रकृति और मात्रक पर निर्भर करता है।

C.G.S पद्धति में-

जब दोनों बिंदु आवेशों के बीच वायु या निर्वात होते हैं, तो k = 1 रखते हैं

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \text{डाइन}$$

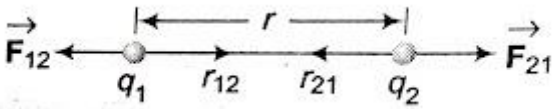
S.I पद्धति में-

जब दोनों बिंदु आवेशों के बीच वायु या निर्वात होते हैं, तो k = $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ = 9×10^9

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ न्यूटन}$$

कूलाम का नियम का सदिश रूप

सदिश रूप में (In Vector Form) आवेश q_1 पर कार्यरत स्थिर वैद्युत बल,



$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{21}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^3} \overrightarrow{\mathbf{r}_{21}}$$

$$\left(\because \hat{\mathbf{r}_{21}} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{r}_{21}}}{r} \right)$$

आवेश q_2 पर कार्यरत स्थिर वैद्युत बल,

$$\vec{\mathbf{F}}21 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r_{12}}$$

$$\left(\because \hat{r_{12}} = \frac{\vec{r_2}}{r} \right)$$

अत: स्पष्ट है कि $\vec{F}_{12}$ = -$\vec{F}_{21}$ अर्थात् दोनों आवेश एक दूसरे पर बराबर व विपरीत दिशा में स्थिर वैद्युत बल लगाते हैं जोकि आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होते हैं।

कूलाम के नियम की सीमाएं

1. यह नियम केवल स्थिर आवेशों के लिए ही सत्य है, गतिशील आवेशों के लिए नहीं|
2. यह नियम केवल बिंदु आवेशों के लिए सत्य है|
3. यह नियम 10^{-15} मीटर से कम दूरियों पर लागू नहीं होता है|

वैद्युत क्षेत्र (Electric Field)

किसी आवेश के चारों ओर का वह स्थान अथवा क्षेत्र जिसे एक अन्य वैद्युत आवेश प्रभावित करता है, वैद्युत क्षेत्र कहलाता है। वैद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर रखे परीक्षण - आवेश पर लगने वाले बल तथा परीक्षण - आवेश के मान की निष्पत्ति को उस बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता E कहते हैं।

विद्युत क्षेत्र, अंतरिक्ष में प्रत्येक बिंदु से जुड़ा एक विद्युत गुण जब चार्ज किसी भी रूप में मौजूद होता है।

अत : यदि वैद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर रखे परीक्षण आवेश q पर लगने वाला बल F हो, तो उस बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{F}{q}$$

बल F एक सदिश राशि है तथा आवेश q एक अदिश राशि है।

अत : वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता E भी एक सदिश राशि है, जिसकी दिशा वैद्युत क्षेत्र में उस बिन्दु पर रखे धन आवेश पर लगने वाले बल की होती है।

उपरोक्त समीकरण के अनुसार वैद्युत क्षेत्र E का मात्रक न्यूटन / कूलॉम होगा।

विद्युत् क्षेत्र एक सदिश राशि है। किसी बिंदु पर विद्युत् क्षेत्र को निम्न तीन प्रकार से व्यक्त किया जाता है:-

1. बिन्दु की स्थिति के सदिश फलन (vector function of position of the point) द्वारा - इसे E से प्रदर्शित करते हैं तथा वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of electric field) कहते हैं।
2. ग्राफीय विधि द्वारा वैद्युत बल रेखाओं (electric lines of force) से।
3. बिंदु की स्थिति के अदिश फलन (scalar function of position of the point) द्वारा - इसे V से प्रदर्शित करते हैं तथा वैद्युत विभव कहते हैं।

वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric Field Intensity)

वैद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर, वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (E) उस बिन्दु पर रखे परीक्षण आवेश के प्रति एकांक धन आवेश (unit positive charge) पर आरोपित वैद्युत बल के बराबर होती है।

यदि परीक्षण - आवेश q पर कार्यरत बल F है, तब वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता,

$$E = \frac{F}{q} \quad \text{न्यूटन/कूलॉम}$$

वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता एक सदिश राशि है, जिसकी दिशा परीक्षण - धन आवेश (test - positive charge) पर आरोपित वैद्युत बल की दिशा में होती है।

यदि एक बिन्दु आवेश q से r दूरी पर परीक्षण - आवेश q रखा जाए, तो आवेश q1 पर कार्यरत बल का परिमाण

$$F = \frac{kqq_1}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi \in_0 r^2}$$

अत : वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता,

$$E = \frac{F}{q_1}$$

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

विधुत क्षेत्र का SI मात्रक

विद्युत क्षेत्र की SI इकाई न्यूटन/कूलाम है।

विमीय सूत्र

यह एक सदिश राशि है जिसकी विमा = E = F/q = $MLT^{-2}/AT = M^1L^1T^{-3}A^{-1}$

यदि किसी स्थान पर वैद्युत क्षेत्र एक से अधिक आवेश के कारण हो, तो परिणामी वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता, $E = E_1 + E_2 + E_3 + ...$

विद्युत क्षेत्र सूत्र

एक विद्युत क्षेत्र को प्रति यूनिट आवेश के रूप में विद्युत बल भी कहा जाता है। विद्युत क्षेत्र का सूत्र इस प्रकार दिया गया है; E = F / q

विद्युत क्षेत्र और उसकी इकाई

विद्युत क्षेत्र और चुंबकीय क्षेत्र दोनों विद्युत चुम्बकीय बल की अभिव्यक्तियाँ हैं, जो प्रकृति के चार मूलभूत बलों (या इंटरैक्शन) में से एक है।

विद्युत क्षेत्र के लिए व्युत्पन्न SI इकाइयाँ वोल्ट प्रति मीटर (V / m) होती हैं, बिल्कुल न्यूटन प्रति कूलॉम (N / C) के बराबर।

वैद्युत बल रेखायें (Electric Lines of Force)

वैद्युत बल - रेखा वैद्युत क्षेत्र में खींचा गया वह काल्पनिक, निष्कोण वक्र है, जिस पर एक स्वतन्त्र व पृथक्कृत एकांक धन आवेश चलता है।

अत : हम किसी भी वैद्युत क्षेत्र को वैद्युत बल रेखाओं द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं।

वैद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर इन रेखाओं के लम्बवत् स्थित तल में एकांक क्षेत्रफल से गुजरने वाली बल रेखाओं की संख्या, उस बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता के अनुक्रमानुपाती होती है।

वैद्युत बल रेखाओं के निम्नलिखित गुण हैं

1. वैद्युत बल रेखायें धनात्मक आवेश से प्रारम्भ होती हैं तथा ऋणात्मक आवेश पर समाप्त होती हैं।
2. वैद्युत बल रेखायें धन आवेश से शुरू होकर ऋण आवेश पर समाप्त होती हैं, ये रेखायें बन्द पाश नहीं बनाती हैं।
3. यह एक काल्पनिक रेखा है जिसके किसी बिन्दु पर खींची गयी स्पर्श रेखा उस बिन्दु पर परिणामी वैद्युत क्षेत्र की दिशा प्रदर्शित करती हैं।
4. एक बिन्दु आवेश q से उत्पन्न हुई बल रेखाओं की संख्या $q/\in 0$ होती है।
5. दो बल रेखायें एक - दूसरे को नहीं काटती हैं।
6. किसी धन आवेश से निकलने वाली अथवा ऋण आवेश की ओर जाने वाली बल रेखाओं की संख्या, आवेश के परिमाण के अनुक्रमानुपाती होती है। आवेश + 2q -q पर केवल 8 रेखायें पहुँचती हैं। 16 बल रेखायें निकलती हैं तथा आवेश -q पर केवल 8 रेखाये पहुँचती है

विद्युत फ्लक्स

वैद्युत फ्लक्स (Electric Flux) वैद्युत क्षेत्र में किसी पृष्ठ से लम्बवत् गुजरने वाली फ्लक्स रेखाओं की संख्या को उस पृष्ठ से बद्ध ' वैद्युत फ्लक्स ' कहते हैं। इसे अक्षर ϕ से प्रदर्शित करते हैं।

इसका मान E व ds के अदिश (डॉट) गुणन के बराबर होता है। किसी पृष्ठ अवयव ds से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स-

विद्युत फ्लक्स फार्मूला (Electric Flux formula in Hindi)

$$d\phi = E.ds$$

$$\phi = Edscos\theta$$

जहाँ 0 वैद्युत क्षेत्र E व क्षेत्रफल सदिश dS के मध्य कोण है। विद्युत फ्लक्स एक अदिश राशि है। इसका मात्रक न्यूटन - मी^{2} / कूलॉम और वोल्ट-मी है। इसका विमीय सूत्र $ML^3T^{-3}A^{-1}$ है।

$\Phi = EA$

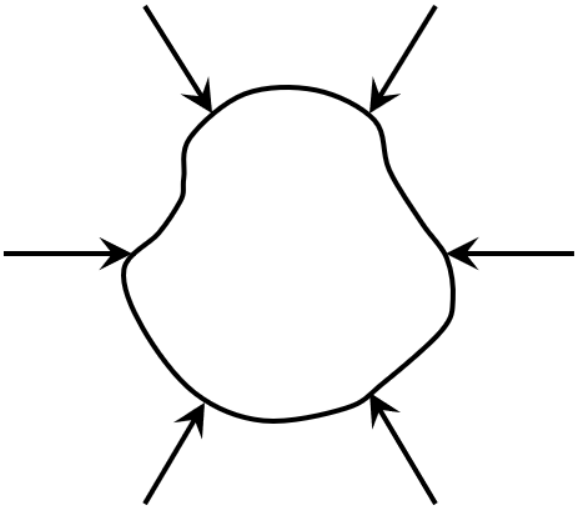
$\Phi = EA\cos\theta$

$\theta < 90$ तो फ्लक्स धनात्मक

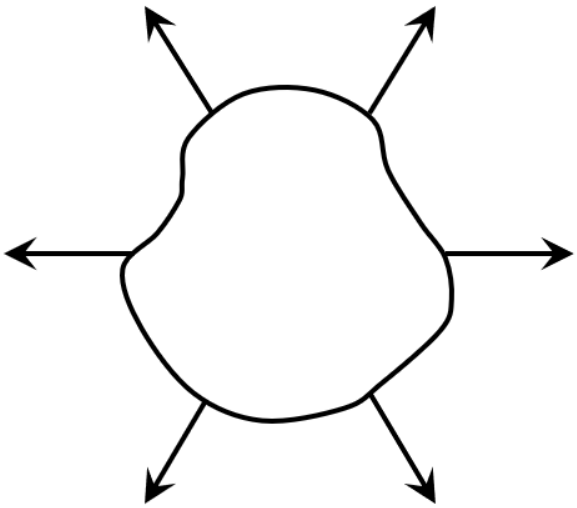
$\theta = 90$ तो फ्लक्स शून्य

$\theta > 90$ तो फ्लक्स ऋणात्मक

जब विद्युत क्षेत्र पर बन्द पृष्ठ में प्रवेश कर रहा है तो फ्लक्स (अर्थात पष्ठ के अन्दर की ओर जाने वाला फ्लक्स) ऋणात्मक है और जब विद्युत क्षेत्र बन्द पष्ठ से बाहर निकल रहा है तो फ्लक्स (अर्थात् बाहर की ओर आने वाला फ्लक्स) धनात्मक है तथा जब क्षेत्र पृष्ठ के समान्तर है तो विद्युत फ्लक्स शून्य होता है।



ऋणात्मक विद्युत फ्लक्स

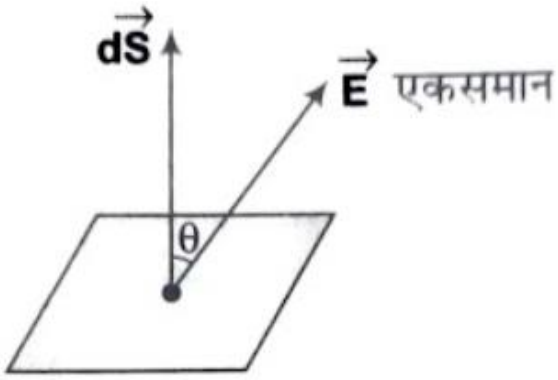


धनात्मक विद्युत फ्लक्स

(i) विद्युत क्षेत्र एकसमान है और पृष्ठ समतल है

(Electric Field is Uniform and Surface is Plane)

पृष्ठ के सूक्ष्म क्षेत्रफल अवयव dS से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स



$$d\phi = \vec{E} \cdot \vec{dS}$$

$$d\phi = EdS\cos\theta$$

सम्पूर्ण पृष्ठ से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स

$$\int d\phi = \int EdS\cos\theta$$

$$\phi = E\cos\theta \int dS = ES\cos\theta$$

(ii) विद्युत क्षेत्र असमान है (Electric Field is Non - uniform)

असमान विद्युत क्षेत्र में किसी पृष्ठ से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \int E.ds$$

- यदि विद्युत क्षेत्र सतह के लंबवत है,

फिर लंबवत के साथ विद्युत क्षेत्र E का कोण शून्य है, इसलिए cos0 = 1

ϕ= E.dS cosθ

ϕ = E.S

- यदि विद्युत क्षेत्र सतह के समानांतर है।

E लंबवत साथ कोण = 90 होगा।

इसलिए cos90 = 0

ϕ = E.dS cos90

ϕ = 0

वैद्युत फ्लक्स (Electric Flux) का मात्रक,विमा

वैद्युत फ्लक्स का मात्रक = $N.m^2.C^{-1}$

वैद्युत फ्लक्स की विमा = $ML^3T^{-3}A^{-1}$

विद्युत फ्लक्स की निर्भरता

(Dependence of Electric Flux)

(i) किसी पृष्ठ से गुजरने वाला कुल विद्युत फ्लक्स पृष्ठ द्वारा घेरे गए कुल आवेश तथा माध्यम पर, निर्भर करता है।

(ii) किसी पृष्ठ से गुजरने वाला कुल विद्युत फ्लक्स पृष्ठ की आकृति एवं आकार तथा पृष्ठ के अन्दर आवेशों के वितरण पर निर्भर नहीं करता है।

विद्युत फ्लक्स से सम्बंधित महत्वपूर्ण बिंदु :-

- विद्युत फ्लक्स एक वास्तविक अदिश राशि है।
- विद्युत फ्लक्स की इकाई वोल्ट × मीटर होती है।
- विद्युत फ्लक्स की विमा या विमीय सूत्र $ML^3T^{-3}A^{-1}$ होती है।
- किसी बंद वस्तु से बाहर निकलने वाला फ्लक्स धनात्मक तथा अन्दर प्रविष्ठ होने वाला फ्लक्स ऋणात्मक माना जाता है।
- यह अधिकतम होगा जब $\cos\theta$ अधिकतम = 1 ($\theta = 0$), अत: विद्युत क्षेत्र तीव्रता सदिश सतह के क्षेत्रफल पर अभिलम्बवत होगा एवं $(d\phi)max = E.dS$
- विद्युत फ्लक्स न्यूनतम होगा यदि $\cos\theta$ न्यूनतम = 0, ($\theta = 90$), अत: यदि विद्युत क्षेत्र, सतह के सामानांतर होगा एवं $(d\phi)min = 0$

गॉस का नियम

गॉस का नियम (Gauss's Law) इस नियम के अनुसार किसी बन्द पृष्ठ से गुजरने वाला कुल विद्युत फ्लक्स उसके अन्दर उपस्थित कुल आवेश $1/\varepsilon_0$ का गुना होता है।

$$\therefore \quad \Phi = \int_S \vec{E}.\vec{dS}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q$$

जहाँ $\sum q$, बंद पृष्ठ के अंदर उपस्थित कुल आवेश है।

$$\phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\phi = \oint E.dS = \frac{Q}{\epsilon_0 K}$$

ϵ_0 = निर्वात (वायु) की विद्युत शीलता

Q = पृष्ठ द्वारा परिबद्ध कुल आवेश

k = माध्यम का परावैद्युतांक

Φ = कुल फ्लक्स

गॉस के नियम से सम्बंधित महत्वपूर्ण बिंदु

- गॉसीय सतह से गुजरने वाला फ्लक्स उसके आकार पर निर्भर नहीं करता है।
- गॉसीय सतह से गुजरने वाला फ्लक्स गॉसीय सतह के अन्दर आवेश की स्थिति पर निर्भर नहीं करता है।
- गॉसीय सतह से गुजरने वाला फ्लक्स केवल सतह के अन्दर कुल आवेश पर निर्भर करता है।
- किसी बंद सतह में आने वाले फ्लक्स को ऋणात्मक और बाहर जाने वाले फ्लक्स को धनात्मक माना जाता है।
- किसी गॉसीय सतह में $\Phi = 0$ का अर्थ यह नहीं है कि प्रत्येक बिंदु पर $E = 0$ है लेकिन प्रत्येक बिंदु पर $E = 0$ का अर्थ $\Phi = 0$ होता है।
- गॉसीय सतह पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता गॉसीय पृष्ठ के अन्दर और बाहर उपस्थित सभी आवेशो के कारण होती है।
- गॉस का नियम केवल उन्हीं क्षेत्रों के लिए लागू होता है जो कूलाम के व्युत्क्रम वर्ग के नियम का पालन करते हैं।
- गॉस का नियम निर्वात एवं माध्यम दोनों के लिए लागू किया जा सकता है।
- यदि गॉसियन पृष्ठ (gaussian surface) के अंदर अलग-अलग आवेश रखे जाते हैं तो कुल आवेश अलग-अलग आवेशों के बीजीय योग के बराबर होते हैं।

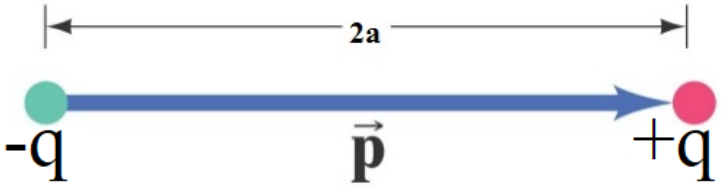
- Total charge $\sum q = q + 2q + 3q - 4q + 9q = 11q$
- बंद पृष्ठ से निर्गत विद्युत फ्लक्स का मान बंद पृष्ठ के अंदर आवेशों के वितरण पर भी निर्भर नहीं करता है।

गॉस के नियम के अनुप्रयोग (Applications of Gauss's law)

1. किसी पृष्ठ से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स ज्ञात करते समय विद्युत क्षेत्र सभी आवेशों के कारण होता है, चाहे वह गॉसीय पृष्ठ के अन्दर बाहर।
2. किसी गॉसीय सतह के बाहर स्थित आवेश के विद्युत क्षेत्र के कारण, सतह गुजरने वाला कुल फ्लक्स शून्य होगा क्योंकि इस आवेश के कारण बल रेखाएँ सतह के अन्दर जाती हैं, उतनी ही बाहर आती हैं।
3. यदि कोई विद्युत द्विध्रुव किसी बन्द पृष्ठ में स्थित हो तब पृष्ठ से गुजरने वाला कुल विद्युत फ्लक्स शून्य होता है।

वैद्युत द्विध्रुव (Electric Dipole)

वैद्युत द्विध्रुव वह निकाय है जिसमें दो बराबर परन्तु विपरीत प्रकार के बिन्दु - आवेश एक - दूसरे से अल्प दूरी पर स्थित होते हैं। किसी एक आवेश तथा दोनों आवेशों के बीच की अल्प दूरी के गुणनफल को वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण कहते हैं।



वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण

$P = q \times 2a = 2qa$

$P = q \times 2a$

चित्र में प्रदर्शित वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण $P = q \times 2a$ इसका मात्रक कूलॉम - मीटर ' है दो आवेशों को मिलाने वाली रेखा को द्विध्रुवीय अक्ष कहा जाता है।

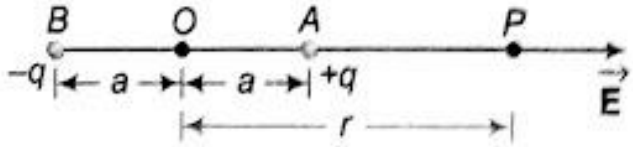
विद्युत द्विध्रुवीय क्षण का मान किसी आवेश के परिमाण और दो आवेशों के बीच की दूरी के गुणनफल के बराबर होता है। तथा यह एक सदिश राशि है, जिसकी दिशा ऋणावेश से धनावेश की ओर होती है।

वैद्युत द्विध्रुव के कारण वैद्युत क्षेत्र व वैद्युत विभव (Electric Field and Electric Potential due to Electric Dipole)

यदि वैद्युत द्विध्रुव AB आवेशों + q तथा - q आवेशों से मिलकर बना है जिनके बीच की दूरी 2a है। वैधुत द्विध्रुव के केन्द्र o से r दूरी पर स्थित बिन्दु p पर

(a) अक्षीय स्थिति में (On Axial Line)

वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता, $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2pr}{(r^2 + a^2)^2}$



यदि $r > a$ तब

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2p}{r^3}$$

वैद्युत विभव, $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{(r^2 - a^2)}$

यदि $r > a$ तब

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{r^2}$$

(b) निरक्षीय स्थिति में (On Equitorial Line)

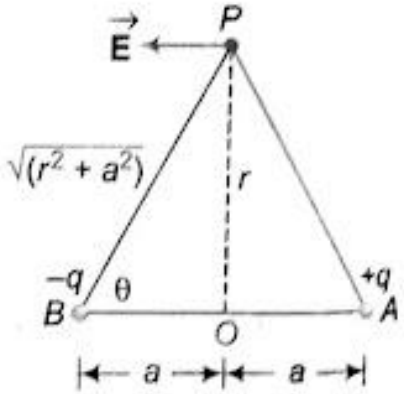
वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{(r^2 + a^2)^{3/2}}$$

यदि $r > a$ तब

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{r^3}$$

वैद्युत विभव $V = 0$



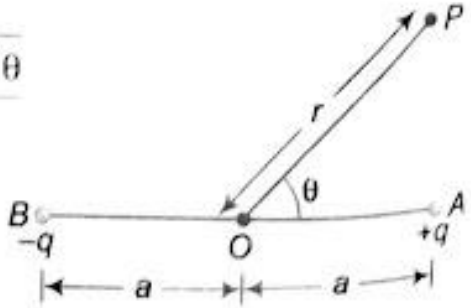
(c) किसी भी कोणीय स्थिति में (At any Angular Position)

वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p\sqrt{(1 + 3\cos^2\theta}}{r^3}$$

वैद्युत विभव,

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p\cos\theta}{r^2}$$



एकसमान वैद्युत क्षेत्र में रखे वैद्युत द्विध्रुव (Electric Dipole in Uniform Electric Field)

(i) यदि वैद्युत द्विध्रुव वैद्युत क्षेत्र के समान्तर स्थित है तो द्विध्रुव पर कुल बल शून्य होता है।

(ii) वैद्युत क्षेत्र में क्षेत्र से 0 कोण पर रखे वैद्युत पर आरोपित बल आघूर्ण

$= pE \sin\theta$

जहाँ θ, p व E के मध्य कोण हैं।

(iii) द्विध्रुव को वैद्युत क्षेत्र में e कोण पर घुमाने में किया गया कार्य

$W = pE (\cos e\theta 1 - \cos\theta 2)$

(iv) द्विध्रुव को क्षेत्र से 9 कोण पर घुमाने में द्विध्रुव की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा

$U = -pE\cos\theta$

वेक्टर स्वरूप में, $U = -p \cdot E$

(a) यदि $0 = 0°$, तथा $U = + pE$ (न्यूनतम), अत : द्विध्रुव वैद्युत क्षेत्र में स्थायी सन्तुलन होता है।

(b) यदि $0 = 180°$ तथा $U = + pE$ (अधिकतम), अत : द्विध्रुव वैद्युत अस्थायी सन्तुलन में होता है।

स्थिर - वैद्युत स्थितिज ऊर्जा

दो अथवा अधिक आवेशों को एक - दूसरे से दूर ले जाने अथवा समीप लाने में कुछ कार्य करना पड़ता है। यह कार्य उन आवेशों के निकाय में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है जिसे स्थिर निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा कहते हैं।

- **स्थिर - वैद्युत स्थितिज ऊर्जा का मात्रक ' जूल ' है।**
- यदि दोनों आवेश सजातीय हैं तो ये एक - दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं। तब इन्हें एक दूसरे के समीप लाने में प्रतिकर्षण के विरुद्ध कार्य करना पड़ता है।
- जिससे निकाय की स्थितिज ऊर्जा बढ़ती है। यदि इन्हें एक - दूसरे से दूर लेकर जाते हैं तो स्वयं निकाय से कार्य प्राप्त होता है।जिससे निकाय की स्थितिज ऊर्जा घटती है।

- यदि आवेश विपरीत प्रकार के (विजातीय) हैं तो एक - दूसरे को आकर्षित करते हैं। अत : इस दशा में उन्हें परस्पर समीप लाने में निकाय स्वयं कार्य करता है। अत : स्थितिज ऊर्जा घटती है।
- यदि इन्हें एक - दूसरे से दूर ले जायें तो निकाय पर कार्य करना पड़ता है। अत : निकाय की स्थितिज ऊर्जा बढ़ती है।

अत : आवेशों के किसी निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा उन आवेशों को अनन्त से परस्पर समीप लाकर निकाय की रचना करने में किए गए कार्य के बराबर होती है।

q_1 आवेश को अनन्त से q_2 आवेश के वैद्युत क्षेत्र में बिन्दु P तक लाने में किया गया कार्य,यह ही निकाय की स्थितिज ऊर्जा है।

$$W = q_1(V_p - V_\infty)$$

$$= q_1 V_p$$

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}$$

एकसमान रूप से आवेशित गोले की स्थिर- वैद्युत स्थितिज ऊर्जा

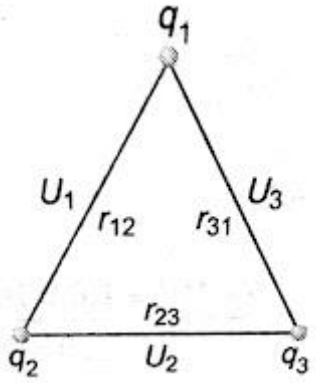
(Electro - static Potential Energy of a Uniformely Charged Sphere)

किसी आवेशित गोले की स्थितिज ऊर्जा उस कार्य के बराबर होगी जो आवेश Q को अनन्त से गोले पर व्यवस्थित करने में करना पड़ता है। यदि R त्रिज्या के गोले पर q आवेश एकसमान रूप से वितरित हो तब गोले की स्थिर वैद्युत स्थितिज ऊर्जा,

$$U = \frac{3q^2}{20\pi\epsilon_0 R}$$

तीन आवेशों से मिलकर बने निकाय की स्थिर - वैद्युत स्थितिज ऊर्जा (Electro - static Potential Energy of System of Three Charges)

तीन आवेशों q_1, q_2 व q_3 से मिलकर बने निकाय की स्थिर-वैद्युत स्थितिज ऊर्जा



$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_3 q_1}{r_{31}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{q_3 q_1}{r_{31}} \right]$$

n आवेशों के निकाय की स्थितिज ऊर्जा

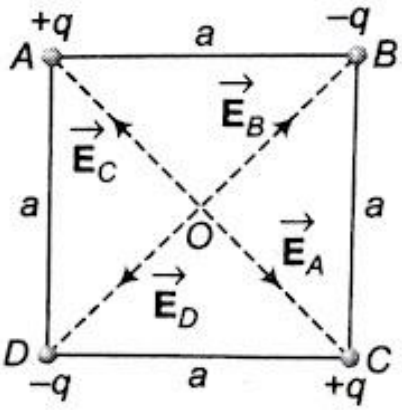
$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{2} \sum_{i=1, i\neq j}^{n} \frac{q_1 q_j}{r_{ij}}$$

$$i = 1, 2, 3, \ldots, n$$

$$j = 2, 3, 4 \ldots, (n-1)$$

`1/2` योग चिन्ह के साथ लेते है क्योकि इसे प्रसारित करने पर प्रत्येक जोड़ा दो बार गिना जाता है।

चार आवेशों से मिलकर बनी निकाय की स्थिर - वैद्युत स्थितिज ऊर्जा



हल. निकाय की स्थितिज ऊर्जा

$$U = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} + U_{AC} + U_{BD}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q\times(-q)}{AB} + \frac{(-q)\times q}{BC} + \frac{q\times(-q)}{CD} + \frac{(-q)\times q}{DA} + \frac{q\times q}{AC} + \frac{(-q)\times(-q)}{BD}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{q^2}{a} - \frac{q^2}{a} - \frac{q^2}{a} - \frac{q^2}{a} + \frac{q^2}{a\sqrt{2}} + \frac{q^2}{a\sqrt{2}}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a}\left[-4 + \frac{2}{\sqrt{2}}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a}[-4 + \sqrt{2}]$$

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 46-48)

प्रश्न 1 वायु में एक-दूसरे से 30cm दूरी पर रखे दो छोटे आवेशित गोलों पर क्रमशः 2×10^{-7}C तथा 3×10^{-7}C आवेश हैं। उनके बीच कितना बल है ?

उत्तर- दिया है, $q_1 = 2 \times 10^{-7}$C, $q_2 = 3 \times 10^{-7}$C

तथा r = 30 सेमी = 0.3 मीटर, F = ?

सूत्र

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_{1q_2}}{r^2}$$

$$F = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-7} \times 3 \times 10^{-7}}{(0.3)^2}$$

$= 6 \times 10^{-3}$ न्यूटन (प्रतिकर्षणात्मक)

प्रश्न 2 0.4μc आवेश के किसी छोटे गोले पर किसी अन्य छोटे आवेशित गोले के कारण वायु में 0.2n बल लगता है। यदि दूसरे गोले पर 0.8μCआवेश हो तो

a. दोनों गोलों के बीच कितनी दूरी है?
b. दूसरे गोले पर पहले गोले के कारण कितना बल लगता है?

उत्तर- दिया है, $q_1 = 0.4\mu C = 0.4 \times 10^{-6}$C

$q_2 = 0.8\mu C = 0.8 \times 10^{-6}$C

तथा q_2 के कारण q_1 पर बल 0.2N

r = ?

सूत्र $F \frac{1}{4\pi\mu_0} \cdot \frac{q_{1q_2}}{r^2}$

$$0.2 = 9 \times 10^9 \times \frac{0.4 \times 10^{-6} \times 0.8 \times 10^{-6}}{r^2}$$

अथवा

$$r = \sqrt{\frac{9 \times 10^9 \times 0.4 \times 10^{-6} \times 0.8 \times 10^{-6}}{0.2}}$$

$$= \sqrt{9 \times 4 \times 4 \times 10^{-4}}$$

12×10^{-2} मीटर = 12 सेमी

q_2 पर $-q_1$ के कारण बल = ?

कूलॉम का बल न्यूटनीय बल है अर्थात् एक आवेश पर दूसरे आवेश के कारण बल, दूसरे आवेश पर पहले आवेश के कारण बले के बराबर तथा विपरीत होता है।

अतः q_2 पर q_1 के कारण बल भी 0.2N ही होगा, तथा इसकी दिशा q_1 की ओर होगी।

प्रश्न 3 जाँच द्वारा सुनिश्चित कीजिए कि $\frac{ke^2}{Gm_{cm_p}}$ विमाहीन है। भौतिक नियतांकों की सारणी देखकर इस अनुपात का मान ज्ञात कीजिए। यह अनुपात क्या बताता है?

उत्तर-

कूलॉम बल, $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$ से

k के मात्रक $= \frac{Fr^2}{q_1 q_2}$ के मात्रक $= \frac{Nm^2}{C^2}$

आवेश e के मात्रक = कूलॉम (C)

G के मात्रक $= \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$ के मात्रक $= \frac{Nm^2}{kg^2}$

m_e के मात्रक = m_p के मात्रक = kg

$\therefore \left[\frac{ke^2}{Gm_e m_g}\right]$ के मात्रक $= \frac{(Nm^2/C^2)(C^2)}{(Nm^2/kg^2)\times(kg^2)}$

= कोई मात्रक नहीं।

अर्थात निष्पत्ति $\left[\frac{ke^2}{gm_e m_p}\right]$ विमाहीन है।

नियंताको के मान

$$k = 9 \times 10^9 Nm^2/kg^2, e = 1.6 \times 10^{-19} C$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2 kg^2$$

$$m_p = 1.67 \times 10^{-27} kg$$

$$\therefore \frac{ke^2}{Gm_e m_p} = \frac{(9\times10^9)\times(1.6\times10^{-10})2}{(6.67\times10^{-11})\times(9.1\times10^{-31})\times(1.67\times10-27)}$$

$$= 2.27 \times 10^{39}$$

यह निश्चित दूरी पर रखे इलेक्ट्रॉन व प्रोटॉन के बीच वैद्युत बल तथा गुरुत्वीय बल का अनुपात है। यह बताता है कि गुरुत्वीय बल की तुलना में वैद्युत बल अत्यन्त प्रबल है।

प्रश्न 4

a. “किसी वस्तु का वैद्युत आवेश क्वाण्टीकृत है," इस प्रकथन से क्या तात्पर्य है?
b. स्थूल अथवा बड़े पैमाने पर विद्युत आवेशों से व्यवहार करते समय हम विद्युत आवेश के क्वाण्टमीकरण की उपेक्षा कैसे कर सकते हैं?

उत्तर-

a. किसी वस्तु का आवेश क्वाण्टीकृत है, इस कथन का तात्पर्य यह है कि हम किसी वस्तु को जितना चाहें उतना आवेश नहीं दे सकते अपितु वस्तु को आवेश, आवेश की न्यूनतम इकाई (e, मूल आवेश) के पूर्ण गुणजों में ही दिया जा सकता है।
b. स्थूल अथवा बड़े पैमाने पर आवेशों से व्यवहार करते समय आवेश के क्वाण्टमीकरण का कोई महत्त्व नहीं होता और इसकी उपेक्षा की जा सकती है। इसका कारण यह है कि बड़े पैमाने पर व्यवहार में आने वाले आवेश मूल आवेश की तुलना में बहुत बड़े होते हैं। उदाहरण के लिए 1μc आवेश में लगभग 10^{13} मूल आवेश सम्मिलित हैं। ऐसी अवस्था में आवेश को सतत मानकर व्यवहार किया जा सकता है।

प्रश्न 5 जब काँच की छड़ को रेशम के टुकड़े से रगड़ते हैं तो दोनों पर आवेश आ जाता है। इसी प्रकार की परिघटना का वस्तुओं के अन्य युग्मों में भी प्रेक्षण किया जाता है। स्पष्ट कीजिए कि यह प्रेक्षण आवेश संरक्षण नियम से किस प्रकार सामंजस्य रखता है?

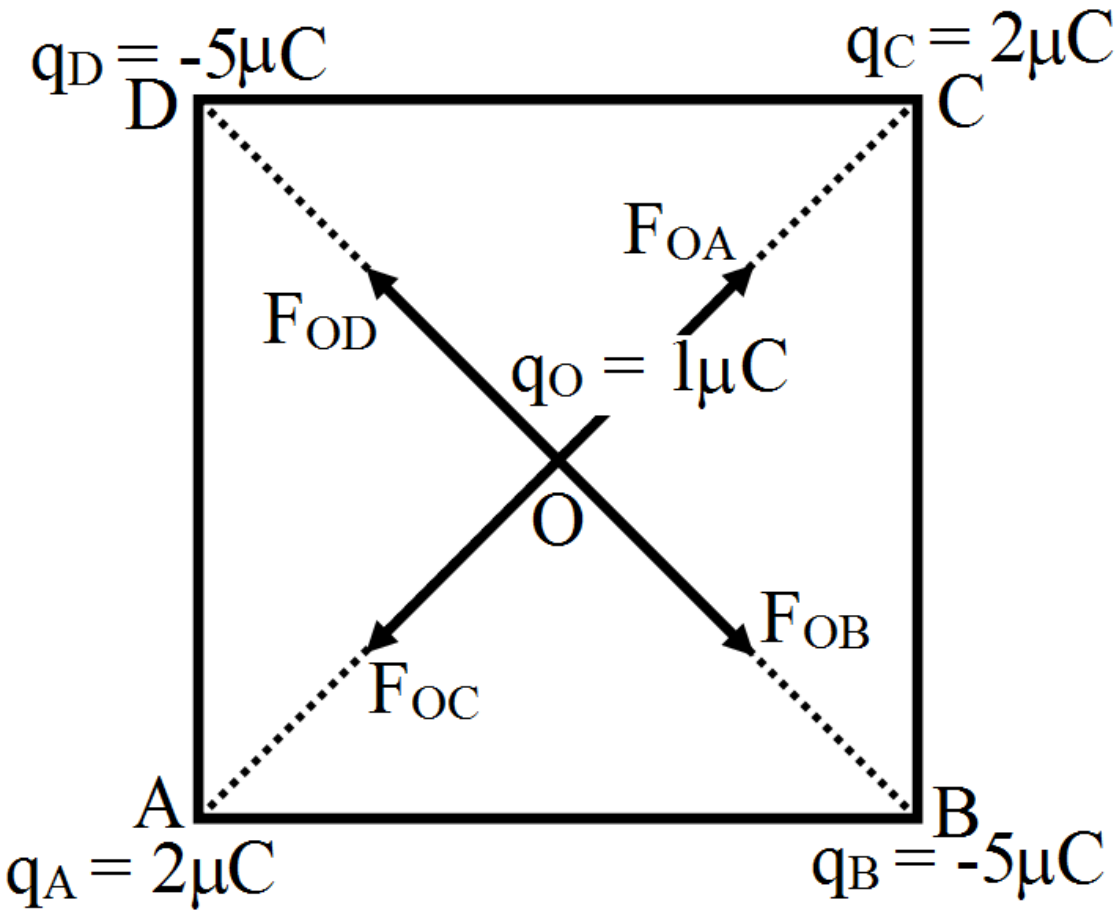
उत्तर- आवेश संरक्षण से आशय है कि किसी वियुक्त निकाय का कुल आवेश सदैव संरक्षित रहता है अर्थात ना तो निकाय के आवेश को उत्पन्न किया जा सकता है और ना ही उसे नष्ट किया जा सकता है।

जब काँच की छड़ को रेशम के टुकड़े से रगड़ते हैं तो दो पदार्थ पर समान प्रकृति के विपरीत परिमाण के आवेश उर्जित होते हैं क्योंकि युग्मों में आवेश निर्मित होते हैं। चार्जिंग की इस घटना को चार्जिंग फ्रिक्शन कहा जाता है। दो घिसने वाले पदार्थो की प्रणाली पर योगफल शून्य है। ऐसा इसलिए है क्योंकि वस्तुओ द्वारा अर्जित विजातीय आवेश की समान मात्रा एक-दूसरे के प्रभाव को नष्ट कर देते

है। जब एक कांच की छड़ को एक रेशम के कपड़े से रगड़ा जाता है, तो दोनों पदार्थ पर विपरीत स्वभाव वाले चार्ज दिखाई देते हैं। यह घटना ऊर्जा संरक्षण के नियम के अनुरूप है। एक समान घटना कई अन्य द्रव्यों के साथ देखी जाती है।

प्रश्न 6 चार बिन्दु आवेश $q_A = 2\mu C$.$q_B = -5\mu C$, q_C तथा $q_D = -5\mu C$, 10cm भुजा के किसी वर्ग ABCD के शीर्षों पर अवस्थित हैं। वर्ग के केन्द्र पर रखे 1μC आवेश पर लगने वाला बल कितना है ?

उत्तर- किसी आवेश पर कार्य करने वाले अन्य आवेशों के कारण कूलॉम बलों को सदिश विधि द्वारा जोड़ा जाता है। अत: वर्ग के केन्द्र पर रखे आवेश $q_0 = 1\mu C$ पर बल चारों आवेशों qA, qB, qC व qD के कारण कूलॉम बलों के सदिश योग के बराबर होगा।



स्पष्टतः $OA = OB = OC = OD = \frac{1}{7}\sqrt{10_2 + 10^2}$

$= \frac{10\sqrt{2}}{2}\text{cm} = 5\sqrt{2}\text{cm} = 5\sqrt{2} \times 10^{-2}\text{m}$

आवेश $q_A = 2\mu C$ के कारण $1_O = 1\mu C$ पर बल

$\vec{F}_{OA} = \frac{1}{4\pi\epsilon\,0} \cdot \frac{p_0 q_A}{(OA)^2}$, O से C की ओर

$= 9 \times 10^9 \times \frac{(1\times10^{-6})\times(2\times10^{-6})}{(5\sqrt{2}\times10)^{-2}}$

$= 3.6\ \text{N}, \overrightarrow{OC}$ के अनुदीश

आवेश $q_C = -2\mu C$ के कारण q_0

$\vec{N}_{OC} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \frac{q_0 q_C}{OC^2}$, O से A की ओर

$$9 \times 10^9 \times \frac{(1\times10^{-6})\times(2\times10^{-6})}{(5\sqrt{r}\times10^{-2})^2}$$

$= 3.6\ \text{N}, \overrightarrow{\text{OA}}$ के अनुदिश

स्पष्टतः $\vec{F}_{OA} + \vec{F}_{OC} = 0$

आवेश $q_B = -5\mu C$ के कारण $q_O = 1\mu C$ पर बल

$\vec{F}_{OB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \frac{(1\times10^{-6})(5\times10^{-6})^{\,2}}{(5\sqrt{2}\times10^{-2})}$, O से B की ओर

$9.0\ \text{N}, \overrightarrow{\text{OC}}$ के अनुदिश

स्पष्टतः $\vec{F}_{OB} + \vec{F}_{OD} = 0$

कुल बल $F = \vec{F}_{OA} + \vec{F}_{OB} + \vec{F}_{OC} + \vec{F}_{OD}$

$F = (\vec{F}_{OA} + \vec{F}_{OC}) + (\vec{F}_{OB} + \vec{F}_{OD})$

$0 + 0 = 0$

अर्थात q_0 पर नेट बल शून्य हे।

प्रश्न 7

a. स्थिर विद्युत-क्षेत्र रेखा एक सतत वक्र होती है अर्थात कोई क्षेत्र रेखा एकाएक नहीं टूट सकती क्यों?

b. स्पष्ट कीजिए कि दो क्षेत्र रेखाएँ कभी भी एक-दूसरे का प्रतिच्छेदन क्यों नहीं करतीं?

उत्तर-

a. एक स्थिरवैद्युत क्षेत्र रेखा एक संतत वक्र होती है क्योंकि स्थिरवैद्युत क्षेत्र में जब पता लगाया जाता है तब एक आवेश एक निरंतर बल का अनुभव करता है। कोई क्षेत्र रेखा एकाएक नहीं टूट सकती क्योंकि आवेश लगातार चलता रहता है और एक बिंदु से दूसरे तक कूदकर नहीं जाता है।

b. यदि दो क्षेत्र रेखाएं एक बिंदु पर एक दूसरे का प्रतिच्छेदन करती हैं, तो उस बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता दो दिशाओं को दिखाएगी पर यह संभव नहीं है। इसलिए, क्षेत्र रेखाएं कभी भी एक-दूसरे का प्रतिच्छेदन नहीं करतीं।

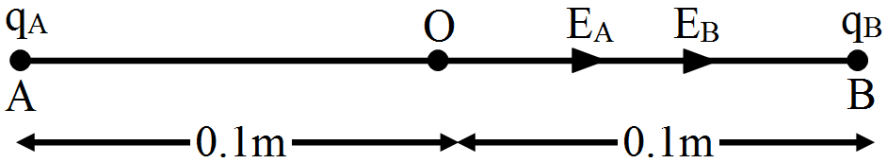
प्रश्न 8 दो बिन्दु आवेश $q_A = 3\mu C$ तथा $q_B = -3\mu C$ निर्वात में एक-दूसरे से 20 सेमी दूरी पर स्थित हैं।

दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा AB के मध्य बिन्दु O पर विद्युत-क्षेत्र कितना है?

यदि $1.5 \times 10^{-9} C$ परिमाण का कोई ऋणात्मक परीक्षण आवेश इसे बिन्दु पर रखा जाए तो यह परीक्षण आवेश कितने बल का अनुभव करेगा?

उत्तर-

a. ∴ q_A धनात्मक तथा q_B ऋणात्मक है; अतः मध्य बिंदु O पर q_A व् q_B दोनों के कारण विद्युत-क्षेत्र की दिशा O से B की और होगी।



अतः मध्य बिंदु पर विद्युत-क्षेत्र की तीव्रता

$$E = E_A + E_B$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{q}{(AO)^2} + 9 \times 10^9 \times \frac{q}{(BO)^2} \left[\text{जहाँ } q = |q_A| = |q_B| \right]$$

$$= 9 \times 10^9 \left[\frac{3 \times 10^{-6}}{0.01} + \frac{3 \times 10^{-6}}{0.01} \right] = 5.4 \times 10^6 N/C \text{ (AB दिशा में)}$$

b. मध्य बिंदु O पर रखे गए $Q = -1.5 \times 10^{-9} C$ के आवेश पर बल

$$F = QE = 1.5 \times 10^{-9} \times 5.4 \times 10^6 \text{ (OB दिशा में)}$$

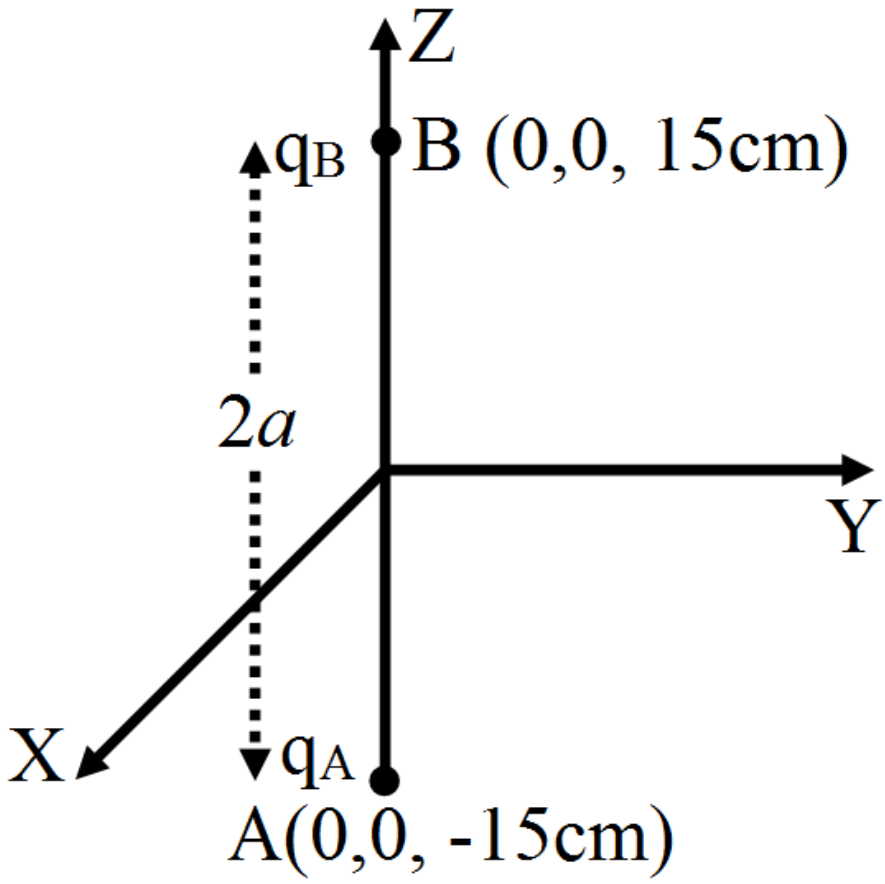
$$= 8.1 \times 10^{-3} N$$

प्रश्न 9 किसी निकाय में दो आवेश q_A = 2.5 × 10-7C तथा q_B = −2.5 × 10^{-7}C क्रमशः दो बिन्दुओं A: (0, 0, -15 सेमी) तथा B: (0, 0, + 15 सेमी) पर अवस्थित हैं। निकाय का कुल आवेश तथा विद्युत-द्विध्रुव आघूर्ण क्या है?

उत्तर- प्रश्नानुसार, q_A = 2.5 × 10^{-7}C, q_B = −2.5 × 10^{-7}C,

2a = AB = 30 सेमी = 0.30 मी.

कुल आवेश, Q = q_A + q_B = 2.5 × 10^{-7}C − 2.5 × 10^{-7}C = 0



विद्युत-द्विध्रुव आघूर्ण,

$\vec{p} = q.2\vec{a} = q.2a$

(दिशा -q से +q के ओर)

= (2.5 × 10^{-7}C) × (0.30 मी.)

= 7.5 × 10^{-8} सेमी (B से A की ओर)

= 7.5 × 10^{-8} सेमी ऋणात्मक Z-अक्ष की ओर

प्रश्न 10 4 × 10^{-9} सेमी द्विध्रुव आघूर्ण को कोई विद्युत-द्विध्रुव 5 × $10^{4}NC^{-1}$ परिमाण के किसी एकसमान विद्युत-क्षेत्र की दिशा से 30° पर संरेखित है। द्विध्रुव पर कार्यरत बल आघूर्ण का परिमाण परिकलित कीजिए।

उत्तर- दिया है- द्विध्रुव आघूर्ण p = 4 × 10^{-9} सेमी

वैद्युत क्षेत्र E = 5 × 10^{4}NC

एक समान विद्युत क्षेत्र के साथ p द्वारा बनाया गया कोण, $\theta = 30°$(दिया गया है)

अतः बलाघूर्ण $\tau = pE\sin\theta$

$= 4 \times 10^{-9} \times 5 \times 10^{4}\sin 30°$

$\tau = 20 \times 10^{-5} \times \frac{1}{2}$

$= 10 \times 10^{-5}\text{Nm}$

या

$\tau = 10^{-4}\text{Nm}$

अतः बल आघूर्ण का परिमाण $\tau = 10^{-4}\text{Nm}$

प्रश्न 11 ऊन से रगड़े जाने पर कोई पॉलीथीन का टुकड़ा 3×10^{-7}C के ऋणावेश से आवेशित पाया गया।

a. स्थानान्तरित (किस पदार्थ से किस पदार्थ में) इलेक्ट्रॉनों की संख्या आकलित कीजिए।

b. क्या ऊन से पॉलीथीन में संहति का स्थानान्तरण भी होता है?

उत्तर-

a. दिया है,

कुल स्थानान्तरित आवेश = -3×10^{-7}C

एक इलेक्ट्रॉन पर कुल आवेश = -1.6×10^{-19}C

स्थानान्तरित इलेक्ट्रानो की संख्या n = ?

चूँकि ऊन से रगड़ने पर पॉलिथीन के टुकड़े पर ऋण आवेश आता है अतः इलेक्ट्रान ऊन से पॉलिथीन के टुकड़े पर स्थानान्तरित होते है

हमें ज्ञात है कि q = ne

$$\therefore n = \frac{q}{e} = \frac{-3 \times 10^{-7C}}{-1.6 \times 10^{-19C}} = 1.875 \times 10^{12}$$

= 2×10^{12} इलेक्ट्रॉन

b. हाँ, ऊन से पॉलीथीन पर द्रव्यमान का स्थानान्तरण होता है क्योंकि इलेक्ट्रॉन, जो द्रव्य कण हैं, ऊन से पॉलीथीन पर विस्थापित होते हैं।

m = प्रत्येक इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान = 9.1×10^{-31} किग्रा.

n = 1.875×10^{12}

पॉलीथीन पर स्थानान्तरित कुल द्रव्यमान M = m × n

= 91×10^{-31} किग्रा. × 1.875×10^{12}

= 1.71×10^{18} किग्रा.

प्रश्न 12

a. दो विद्युतरोधी आवेशित ताँबे के गोलों A तथा B के केन्द्रों के बीच की दूरी 50 सेमी है। यदि दोनों गोलों पर पृथक्-पृथक् आवेश 6.5×10^{-7}C हैं तो इनमें पारस्परिक स्थिर विद्युत प्रतिकर्षण बल कितना है? गोलों के बीच की दूरी की तुलना में गोलों A तथा B की त्रिज्याएँ नगण्य हैं।

b. यदि प्रत्येक गोले पर आवेश की मात्रा दो गुनी तथा गोलों के बीच की दूरी आधी कर दी जाए तो प्रत्येक गोले पर कितना बल लगेगा?

उत्तर-

क्षेत्र A पर आवेश, q_A = क्षेत्र B पर आवेश,

$q_B = 6.5 \times 10^{-7}$C

गोले के बीच की दूरी, r = 50 सेमी = 0.5 सेमी

दोनों क्षेत्रों के बीच प्रतिकर्षण का बल,

$$F = \frac{qAqB}{4\pi \in_0 r^2}$$

जहां ∈0 = खली स्थान की अनुमति

$$\frac{1}{4\pi \in_0 r^2} = 9 \times 10^{9 Nm^{2C^2}}$$

$$\therefore F = 9 \times 10^9 \times \frac{(6.5 \times 10^{-7})^2}{(0.5)^2}$$

$$= 1.52 \times 10^{-2N}$$

इसलिए, दोनों क्षेत्रों के बीच का बल 1.52×10^{-2}N है।

जैसा कि प्रश्न में दिया गया है

गोले पर आवेश की मात्रा दो गुनी करने के बाद,

क्षेत्र A पर आवेश,

$q_A = 2 \times 6.5 \times 10^{-7}$C

और क्षेत्र B पर आवेश,

$q_B = 1.3 \times 10^{-6}$C

गोले के बीच की दूरी दी गई है:

$$r = \frac{0.52}{2} = 0.25 \text{ मी.}$$

अब, दो क्षेत्रों के बीच प्रतिकर्षण का बल,

$$F = \frac{q_A q_B}{4\pi \in r^2}$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \times 1.3 \times 10^{-6} \times 1.3 \times 10^{-6}}{(0.25)^2}$$

$= 16 \times 1.52 \times 10^{-2}$

$= 0.243$N या 2.43×10^{-1}

इसलिए, दो क्षेत्रों के बीच प्रतिकर्षण का बल 0.243N या 2.43×10^{-1} है।

प्रश्न 13 मान लीजिए प्रश्न 1.2 में गोले A तथा B साइज में सर्वसम हैं तथा इसी साइज का कोई तीसरा अनावेशित गोला पहले तो पहले गोले के सम्पर्क, तत्पश्चात दूसरे गोले के सम्पर्क में लाकर, अन्त में दोनों से ही हटा लिया जाता है। अब A तथा B के बीच नया प्रतिकर्षण बल कितना है?

उत्तर- माना प्रारम्भ में प्रत्येक गोले 'A' व 'B' पर अलग-अलग q आवेश है। ($q = 6.5 \times 10^{-7}$ C) माना तीसरा अनावेशित गोला C है। गोले A व C समान आकार के हैं; अतः परस्पर स्पर्श कराने पर ये कुल आवेश ($q_A + q_C = q + 0$) को आधा-आधा बाँट लेंगे। हटाने के तत्पश्चात् दोनों पर आवेश

$$q_A = q_C = \frac{q_A + q_C}{2} = \frac{q + 0}{2} = \frac{q}{2}$$

अब गोला C (आवेश q_C के साथ) गोले B के सम्पर्क में आते है

आकर समान होने के कारण ये

दोनों भी कुल आवेश को आधा - आधा बाँट लेंगे।

∴ हटाने के पश्चात दोनों पर आवेश

$$q_B = q_C = \frac{q_B + q_C}{2} = \frac{q + \frac{q}{2}}{2} = \frac{3q}{4}$$

अतः अब A गोले पर आवेश $q_A = \frac{q}{2}$

तथा B गोले पर आवेश $q_B = \frac{3q}{4}$

∴ इनके बिच प्रतिकर्षण बल

$$F = \frac{1}{4\pi \in_0} . \frac{q_A \times q_B}{r^2}$$

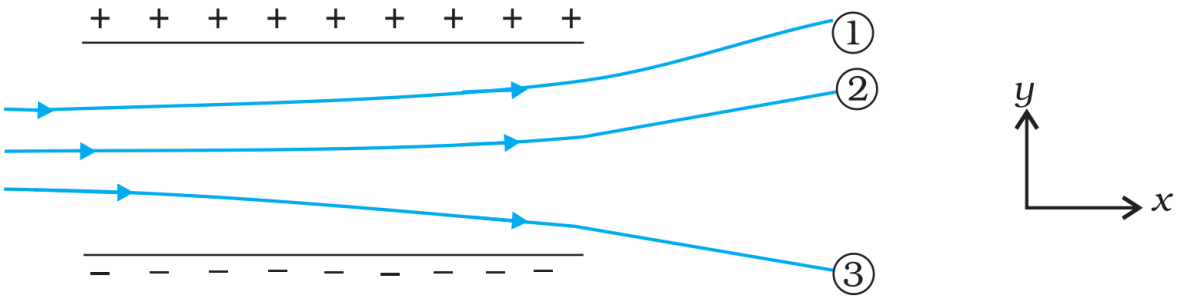
$$= \frac{1}{4\pi \in_0} \times \frac{\frac{q}{2} \times \frac{3q}{4}}{r^2}$$

$$= \frac{3}{8} \times 9 \times 10^9 \times \frac{6.5 \times 10^{-7} \times 6.5 \times 10^{-7}}{(0.5)^2}$$

$$= 5.7 \times 10^{3N}$$

प्रश्न 14 चित्र में किसी एकसमान स्थिर विद्युत-क्षेत्र में तीन आवेशित कणों के पथचिह्न (tracks) दर्शाए गए हैं। तीनों आवेशों के चिह्न लिखिए। इनमें से किस कण का आवेश-संहति अनुपात q(m) में अधिकतम है?

उत्तर-



किसी विद्युत् - क्षेत्र में क्षेत्र के लंबवत गतिमान आवेशित कण का पार्श्विक विस्थापन

$$y = \left(\frac{qE}{2mv_x^2}\right)x^2 = \left(\frac{E}{2v_x^2}\right)\left(\frac{q}{m}\right)x^2$$

जहाँ x कणो द्वारा विद्युत - क्षेत्र के लम्ब दिशा में तय दुरी तथा v_x, x - अक्ष की दिशा में वेग है।

यदि सभी कण विद्युत - क्षेत्र में समान वेग v_x से प्रवेश करते है तो

$y \propto \frac{q}{m}$ (∴ विद्युत - क्षेत्र की लम्बाई x सबके लिए समान है)

∵ कण (3) का विक्षेप सर्वाधिक है; अतः इसके लिए $\frac{q}{m}$ का मन सर्वाधिक होगा।

प्रश्न 15 एकसमान विद्युत-क्षेत्र $\vec{E} = 3 \times 10^3 \hat{i}\ N/C$ पर विचार कीजिए।

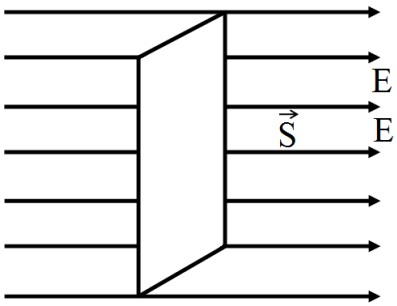
a. इस क्षेत्र का 10 सेमी भुजा के वर्ग के उस पाश्र्व से जिसका तल ya तल के समान्तर है, गुजरने वाला फ्लक्स क्या है?
b. इसी वर्ग से गुजरने वाला फ्लक्स कितना है यदि इसके तल का अभिलम्ब ×-अक्ष से 60° का कोण बनाता है?

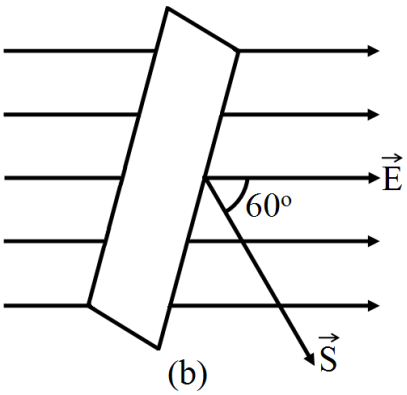
उत्तर- वैद्युत क्षेत्र $\vec{E} = 3 \times 10^3 \hat{i}\ N/C = 3 \times 10^3\ N/C$,X दिशा में

वैद्युत फ्लक्स $\phi_E = \vec{E}.\vec{S}$

क्षेत्रफल का परिणाम 10 सेमी × 10 सेमी = 100 सेमी = 100 × 10^{-4} मी^{2}

= 1 × 10^{-2} मी^{2}





a. वर्ग की भुजा a = 10 सेमी = 10^{-2}

तथा वर्ग y - z तल के समांतर है

अतः वर्ग का क्षेत्रफल $A = a\hat{i} \times a\hat{k}$

$= a^2\hat{i}$

$$= a^2\,\hat{i} = 10^2\,\hat{i}\ m^2$$

अतः निर्गत फ्लस्क $\phi = \mathbf{E}.\,\mathbf{A}$

$$= 3 \times 10^3\,\hat{i}.10^{-2}\,\hat{i}$$

$$\phi = \frac{30\text{N-m}^3}{\text{c or30 n-m}^2 \times \text{C}^{-1}}$$

b. जब वर्ग के तल का अभिलम्ब अर्थात A की दिशा X-अक्ष के साथ 60° कोण पर है तब निर्गत फ्लक्स

$$\phi = \mathrm{EA}\cos\theta$$

$$= 3 \times 10^{3} \times 10^{-2} \times \cos 60^{\circ}$$

$$= 30 \times \frac{1}{2}$$

$$\phi = \frac{15\mathrm{N\text{-}m}^{2}}{\mathrm{c\ or 15\ n\text{-}m}^{2} \times \mathrm{C}^{-1}}$$

प्रश्न 16 अभ्यास के एकसमान विद्युत-क्षेत्र का 20 सेमी भुजा के किसी घन से (जो इस प्रकार अभिविन्यासित है कि उसके फलक निर्देशांक तलों के समान्तर हैं) कितना नेट फ्लक्स गुजरेगा?

उत्तर- एक घन के 6 फलक होंगे। इनमें से दो फलक y - z समतल के, दो z - x समतल के तथा दो x - y समतल के समान्तर होंगे।

जब अंदर कोई आवेश परिबद्ध नहीं हो तथा विद्युत् क्षेत्र समान हो तो निर्गत एवं प्रवेशित फ्लक्स की मात्रा समान होती है। इस स्थिति में चूँकि घन के अंदर कोई आवेश परिबद्ध नहीं है तथा विद्युत् क्षेत्र एक समान है अतः प्रवेशित फ्लक्स एवं निर्गत फ्लक्स की मात्राएँ समान होगी तथा गुजरने वाले नेट फ्लक्स की मात्रा शून्य होगी। अतः इससे गुज़रने वाले नेट फ्लक्स की मात्रा भी शून्य होगी

प्रश्न 17 किसी काले बॉक्स के पृष्ठ पर विद्युत-क्षेत्र की सावधानीपूर्वक ली गई माप यह संकेत देती है। कि बॉक्स के पृष्ठ से गुजरने वाला नेट फ्लक्स 8.0×10^{3} Nm^{2}/C है।

a. बॉक्स के भीतर नेट आवेश कितना है?

b. यदि बॉक्स के पृष्ठ से नेट बहिर्मुखी फ्लक्स शून्य है तो क्या आप यह निष्कर्ष निकालेंगे कि बॉक्स के भीतर कोई आवेश नहीं है? क्यों, अथवा क्यों नहीं?

उत्तर-

a. दिया है $\Phi = 8 \times 10^3\ \mathrm{NM^2C^{-1}}$

$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}}$

यदि काले बॉक्स म नेट आवेश q है तब

सूत्र $\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$ से $q = \varepsilon_0\Phi$

अथवा $q = 8.854 \times 10^{-12} \times 8 \times 10^3$

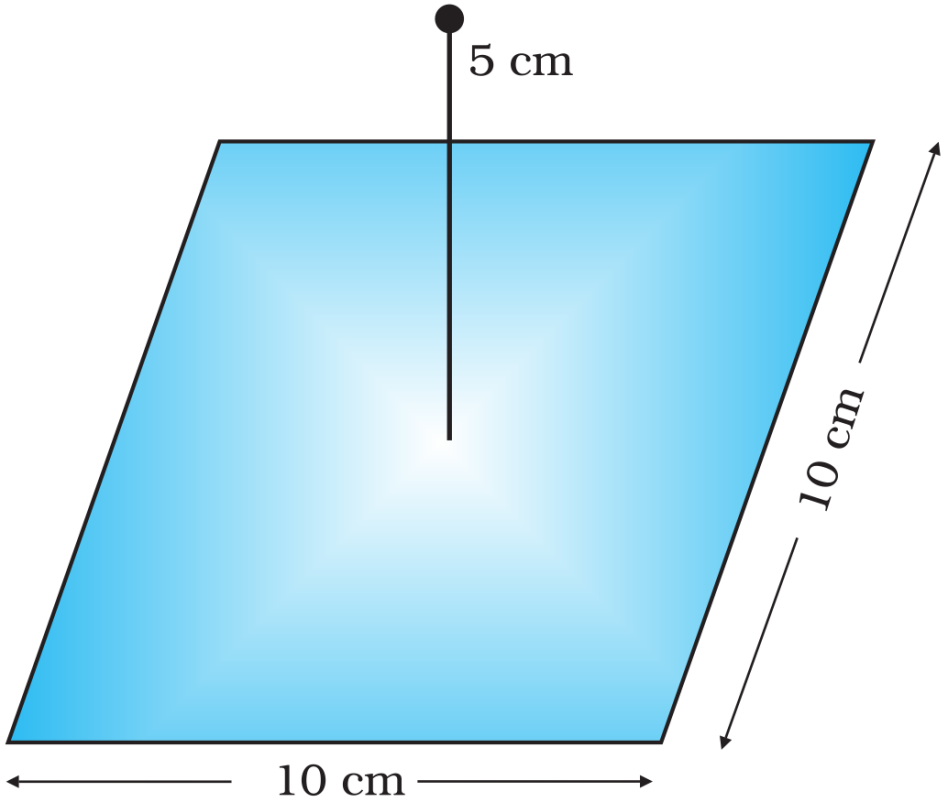
$= 8.854 \times 8 \times 10^{-9}$

$= 70.832 \times 10^{-9}$

$= 0.071 \times 10^{-6}\mathrm{C} = 0.071\mu C$

b. यदि बॉक्स के पृष्ठ से नेट बहिर्मुखी वैद्युत फ्लक्स शून्य है, तो इससे यह निष्कर्ष नहीं निकलता कि बॉक्स के अन्दर कोई आवेश नहीं है। हो सकता है कि बॉक्स के अन्दर समान मात्रा में धनावेश तथा ऋणावेश दोनों उपस्थित हों, जो एक-दूसरे के प्रभाव को निरस्त कर देंगे अर्थात् बॉक्स के अन्दर नेट आवेश शून्य हो जाएगा और हमें ऐसा प्रतीत होगा कि बॉक्स के अन्दर कोई आवेश नहीं है।

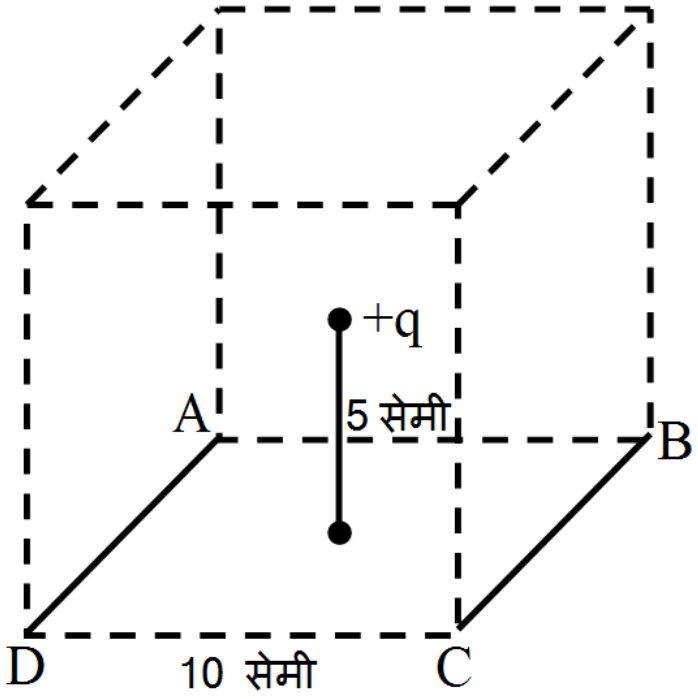
प्रश्न 18 चित्र में दर्शाए अनुसार 10 सेमी भुजा के किसी वर्ग के केन्द्र से ठीक 5 सेमी ऊँचाई पर कोई +10μC आवेश रखा है। इस वर्ग से गुजरने वाले विद्युत फ्लक्स का। परिमाण क्या है? [संकेत: वर्ग को 10 सेमी किनारे के किसी घन का एक फलक मानिए]



उत्तर-

यह स्पष्ट है की दिया गया वर्ग ABCD, 10 सेमी भुजा वाले घन का एक पृष्ठ है इस घन के केन्द्र पर एक आवेश +q = +10μC रखा है

गौस की प्रमेय से घन के सभी 6 पृष्ठ से होकर जाने वाला कुल वैद्युत फ्लक्स $\frac{q}{\varepsilon_0}$



∴ वर्ग (घन के एक पृष्ठ) से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$= \frac{1}{6}\frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{6} \times \frac{10 \times 10^{-6}}{8.85 \times 10^{-12}}$$

$$= 1.88 \times 10^{5N} - m^{2C^{-1}}$$

प्रश्न 19 2.0μC का कोई बिन्दु आवेश किसी किनारे पर 9.0 सेमी किनारे वाले किसी घनीय गाउसीय पृष्ठ के केन्द्र पर स्थित है। पृष्ठ से गुजरने वाला नेट फ्लक्स क्या है?

उत्तर- पृष्ट से होकर जाने वाला कुल वैद्युत फ्लक्स

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{20 \times 10^{-6}}{8.85 \times 10^{-12}}$$

$$= 2.26 \times 10^{5N\, m^{2C^{-1}}}$$

प्रश्न 20 किसी बिन्द आवेश के कारण, उस बिन्दु को केन्द्र मानकर खींचे गए 10 सेमि त्रिज्या के गोलीय गाउसीय पृष्ठ पर विद्युत फ्लक्स- 1.0×10^3 Nm^2/C

a. यदि गाउसीय पृष्ठ की त्रिज्या दो गुनी कर दी जाए तो पृष्ठ से कितना फ्लक्स गुजरेगा?

b. बिन्दु आवेश का मान क्या है?

उत्तर- बिन्दु आवेश के चारों ओर खींचे गए गोलीय गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स उसकी त्रिज्या पर निर्भर नहीं करता, अत: त्रिज्या दो गुनी करने पर भी उससे गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स 1.0 × 103 Nm2/C ही रहेगा।

$$\because \frac{q}{\varepsilon_0} = \Phi_E \text{ से } q = \varepsilon_0 \times \Phi_E$$

$$\therefore q = (8.85 \times 10^{-12} \text{ कॉलम}^2/\text{ न्यूटन मी})$$

$$\times (-10 \times 10^3 \text{ न्यूटन मी/ कॉलम})$$

$$= -8,85 \times 10^{-9} \text{ कॉलम}$$

प्रश्न 21 10 सेमी त्रिज्या के चालक गोले पर अज्ञात परिमाण का आवेश है। यदि गोले के केन्द्र से 20 सेमी दूरी पर विद्युत-क्षेत्र 1.5×10^3 N/C त्रिज्यतः अन्तर्मुखी (radially inward) है तो गोले पर नेट आवेश कितना है?

उत्तर- दिया है, चालक गोले की त्रिज्या R = 10 सेमी

गोले के केन्द्र से बिन्दु की दूरी r = 20 सेमी = 0.20 मी

स्पष्टतः r > R

गोले से 20 सेमी स्थित बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र $E = 1, 5 \times 10^3 NC^{-1}$ (अन्दर की ओर)

गोले पर नेट आवेश q = ?

सूत्र $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} . \frac{q}{r^2}$

$q = 4\pi\varepsilon_0 \, Er^2$

$q = \frac{1}{9 \times 10^9} \times 1.5 \times 10^3 \times (0.20)^2$

$= 6.67 \times 10^{-9} \, C = -6.67nC$

इसके अतिरिक्त E गोले के अन्दर की ओर दिष्ट है अतः आवेश ऋणावेश है।

$q = -6.67 \times 10^{-9C} = -6.67nC$

प्रश्न 22 2.4 मी. व्यास के एकसमान आवेशित चालक गोले का पृष्ठीय आवेश घनत्व $80.0\mu Cm^2$ है।

a. गोले पर आवेश ज्ञात कीजिए।

b. गोले के पृष्ठ से निर्गत कुल विद्युत फ्लक्स क्या है?

उत्तर- दिया है, गोले के पृष्ट का आवेश घनत्व

$\sigma = 80.0\mu$ सेमी$^{-2}$

$= 80 \times 10^{-6}$ सेमी$^{-2}$

आवेशित गोले की त्रिज्या R $= \frac{2.4}{2} = 1.2$मी.

a. गोले ली आवेश q = ?

सूत्र $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$ से

$$\sigma = 4\pi R^2 \sigma$$

$$= 4 \times \left(\frac{22}{7}\right) \times (1.2)^2 \times 80 \times 10^{-6}$$

$$= 1.45 \times 10^{-3} C$$

b. गोले के पृष्ट से निर्गत कुल वैद्युत फ्लक्स Φ =?

सूत्र $\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$ से

$$\Phi = \frac{1.45 \times 10^{-3}}{8.854 \times 10^{-12}}$$

$$= 1.64 \times 10^8 Nm^2/C$$

प्रश्न 23 कोई अनन्त रैखिक आवेश 2 सेमी दूरी पर 9×10^4 NC^{-1} विद्युत-क्षेत्र उत्पन्न करता है। रैखिक आवेश घनत्व ज्ञात कीजिए।

उत्तर- अनन्त लम्बाई के रेखीय आवेश के कारण r दुरी पर उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र,

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_{0r}}$$

रेखिक आवेश घनत्व $\lambda = 2\pi\varepsilon_{0rE} = \frac{1}{2}(4\pi\varepsilon_0)\, r\, E$

यहाँ r = 2 सेमी = 0.02 मी E = $9 \times 10^4 NC^{-1}$

$$\therefore \int = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{9 \times 10^9}\right) \times (0.02) \times (9 \times 10^4) = 10^{-7}$$

प्रश्न 24 दो बड़ी, पतली धातु की प्लेटें एक-दूसरे के समानान्तर एवं निकट हैं। इनके भीतरी फलकों पर, प्लेटों के पृष्ठीय आवेश घनत्वों के चिह्न विपरीत हैं तथा इनका परिमाण 17.0×10^{-23} C/mहै।

a. पहली प्लेट के बाह्य क्षेत्र में,

b. दूसरी प्लेट के बाह्य क्षेत्र में, तथा

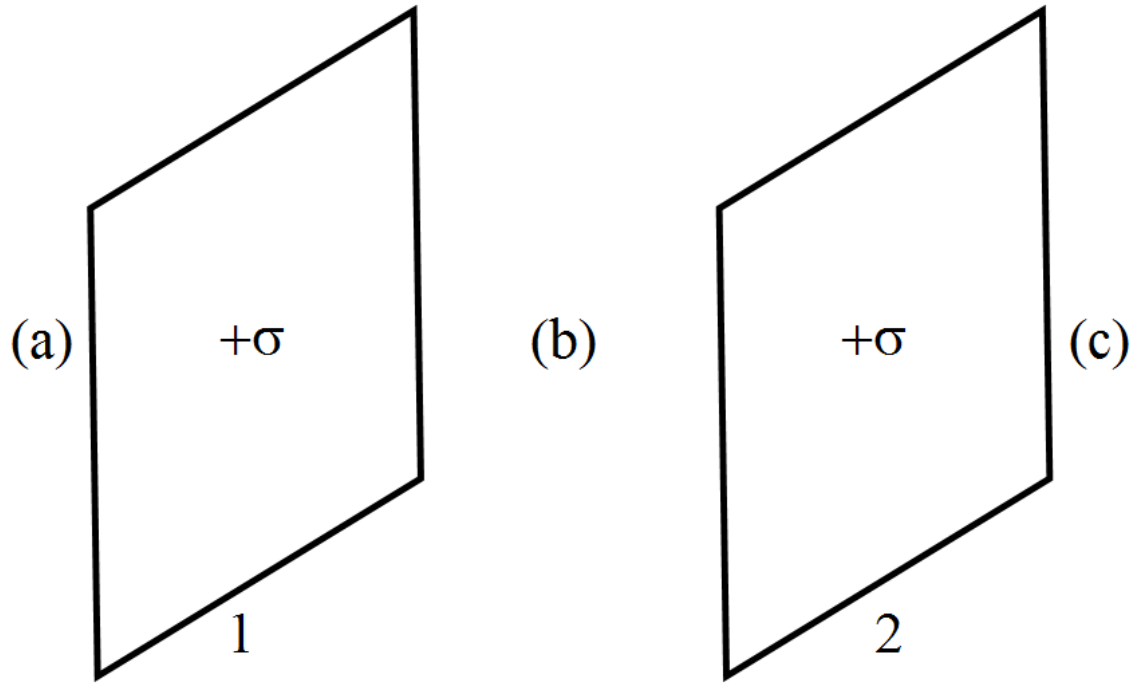
c. प्लेटों के बीच में विद्युत-क्षेत्र E का परिमाण परिकलित कीजिए।

उत्तर- दिया है, पट्टिका पर पृष्ठीय आवेश घनत्व

$\sigma = 17.0 \times 10^{-22} \mathrm{C}^2/\mathrm{NM}^2$

$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ C/\ \mathrm{NM}$

पट्टिकाओ का प्रबन्धन निम्नांकित चित्र में प्रदर्शित है-



पहली पट्टिका के बाह्य क्षेत्र (a) में दोनों पट्टिकाओ के कारण वैद्युत क्षेत्र परस्पर विपरीत तथा परिणाम में बराबर है।

सूत्र E = σ2ε0 से

सूत्र (a) में वैद्युत क्षेत्र की परिणामी तीव्रता

$$E_\sigma = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right) + \left(\frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\right)$$

$$= \frac{\sigma - \sigma}{2\varepsilon_0} = 0$$

दूसरी पट्टिकाओ के बिच के क्षेत्र (c) में दोनों पट्टिकाओ के कारण वैद्युत क्षेत्र परस्पर विपरीत तथा परिणाम में बराबर है।

$$E_e = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right) + \left(\frac{-\sigma}{2\varepsilon_2}\right) = \frac{\sigma - \sigma}{2\varepsilon_0} = 0$$

(c) दूसरी पट्टिकाओ के बिच के क्षेत्र (b) में दोनों पट्टिकाओ के कारण वैद्युत क्षेत्र एक ही दिशा में (प्लेट 1 से प्लेट 2 की ओर) दिष्ट है अतः

$$E_b = \frac{\sigma}{2\varepsilon_\sigma} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{17 \times 10^{-22}}{8.854 \times 10^{-12}}$$

$$= 1.92 \times 10^{-110 N/C}$$

अतिरिक्त अभ्यास (48-50)

प्रश्न 25 मिलिकन तेल बूंद प्रयोग में 2.55 × $10^4 NC^{-1}$ के नियत विद्युत-क्षेत्र के प्रभाव में 12 इलेक्ट्रॉन आधिक्य की कोई तेल बूंद स्थिर रखी जाती है। (मिलिकन तेल बूंद प्रयोग) तेल का घनत्व 1.26 ग्रा सेमी^{3} है। बूंद की त्रिज्या का आकलन कीजिए। (g = 9.81m s^{-2}, e = 1.60 × 10^{-19}C)।

उत्तर- माना बूंद की त्रिज्या r है, तब

बूंद का द्रव्यमान $m = \frac{4}{3}\pi r^{3\,p}$;

बूंद पर आवेश q = ne

सन्तुलन की अवस्था में, बूंद का भार (mg) = विद्युत बल (qE)

या

$$\frac{4}{3}\pi r^3 p \times g = neE$$

$$\therefore\ r^3 = \frac{3neE}{4\pi pg}$$

यहाँ $n = 12, p = 1,26 \times 10^3 kg/m^3$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} C$$

$$E = 2.55 \times 10^4 N/C, g = 9.81 m/s^2$$

$$\therefore\ r^3 = \frac{3\times12\times1.6\times10^{-19}\times2.55\times10^4}{4\times3.14\times1.26\times10^3\times9.81} = 946 \times 10^{-21} m^3$$

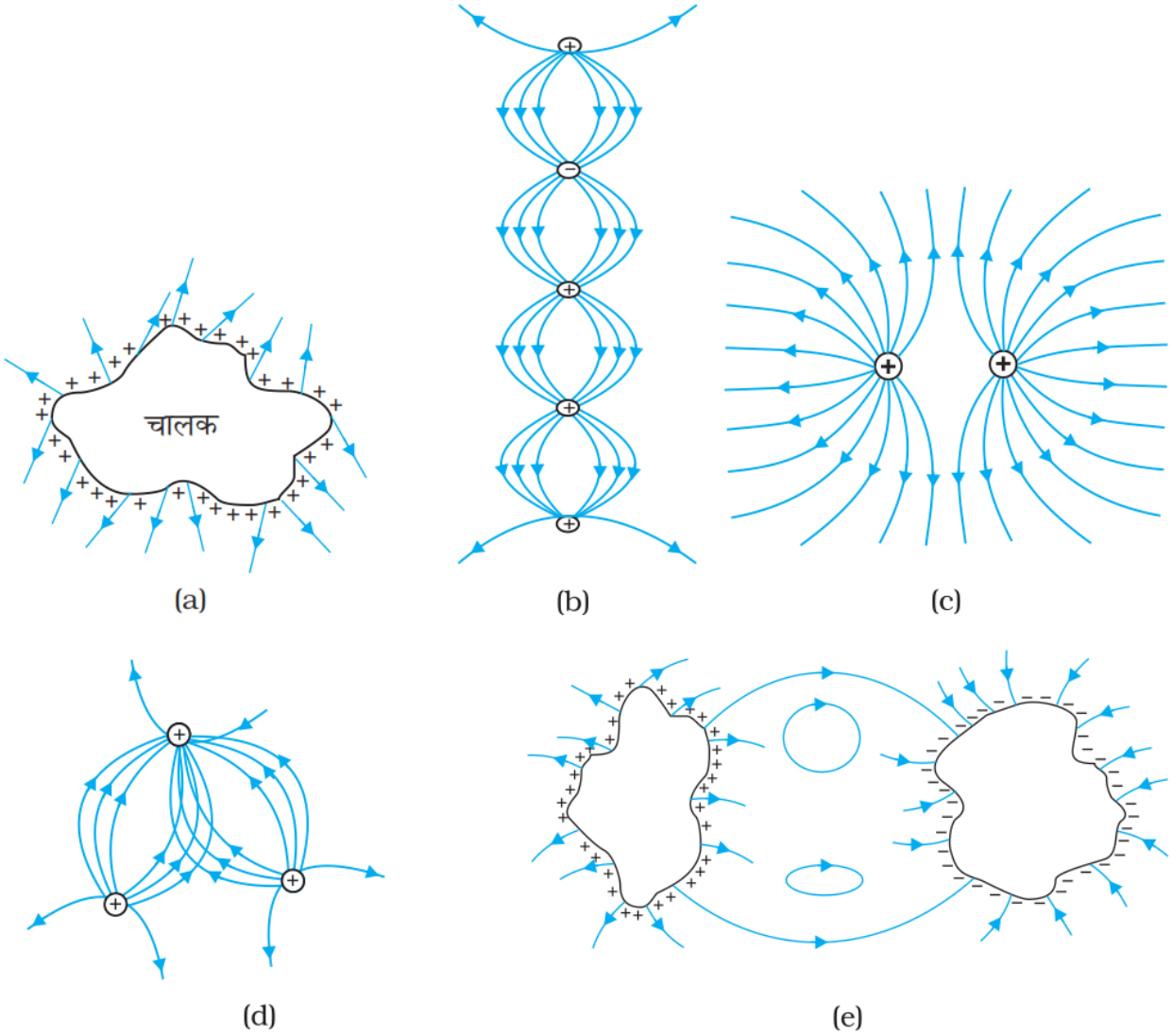
$\therefore$ बूंद की त्रिज्या $r = (946 \times 10^{-21} m^3)^{\frac{1}{3}}$

$$= 9.81 \times 10^{-7} m$$

$$= 9.81 \times 10^{-4} mm$$

प्रश्न 27 चित्र में दर्शाए गए वक्रों में से कौन सम्भावित स्थिर विद्युत-क्षेत्र रेखाएँ निरूपित नहीं करते?

उत्तर-



केवल चित्र (c) सम्भावित स्थिर विद्युत-क्षेत्र रेखाएँ निरूपित करता है।

a. विद्युत-क्षेत्र रेखाएँ सदैव चालक पृष्ठ के लम्बवत् होती हैं, इस चित्र में रेखाएँ चालक पृष्ठ के लम्बवत नहीं हैं।

b. क्षेत्र रेखाओं को ऋणावेश से धनावेश की ओर जाते दिखाया गया है जो कि सही नहीं है।

c. क्षेत्र रेखाएँ एक-दूसरे को काट रही हैं जो कि सही नहीं है।

d. क्षेत्र रेखाएँ बन्द वक्रों के रूप में प्रदर्शित की गई हैं जो कि सही नहीं है।

प्रश्न 27 दिक्स्थान के किसी क्षेत्र में, विद्युत-क्षेत्र सभी जगह z-दिशा के अनुदिश है। परन्तु विद्युत क्षेत्र का परिमाण नियत नहीं है, इसमें एकसमान रूप से z-दिशा के अनुदिश $10^5 NC^{-1}$ प्रति मीटर की दर से वृद्धि होती है। वह निकाय जिसका ऋणात्मक z-दिशा में कुल द्विध्रुव आघूर्ण 10^{-7} सेमी के बराबर है, कितना बल तथा बल-आघूर्ण अनुभव करता है?

उत्तर- प्रश्नानुसार, द्विध्रुव z अक्ष के अनुदिश सरेखित है अतः

$$p_x = 0,\ p_y = 0,\ p_z = -10^{-7}\text{cm}$$

तथा $\frac{\partial E}{\partial x} = 0, \frac{\partial E}{\partial y} = 0, \frac{\partial E}{\partial z} = 10^5 NC^{-1}m^{-1}$

$\therefore$ द्विध्रुव पर बल $F = p_x \frac{\partial E}{\partial x} + p_y \frac{\partial E}{\partial y} + p_z \frac{\partial E}{\partial z}$

$= 0 + 0(-10^{-7}) \times 10^5$

$\Rightarrow F = -0.01N$ (ऋण z-अक्ष की दिशा में)

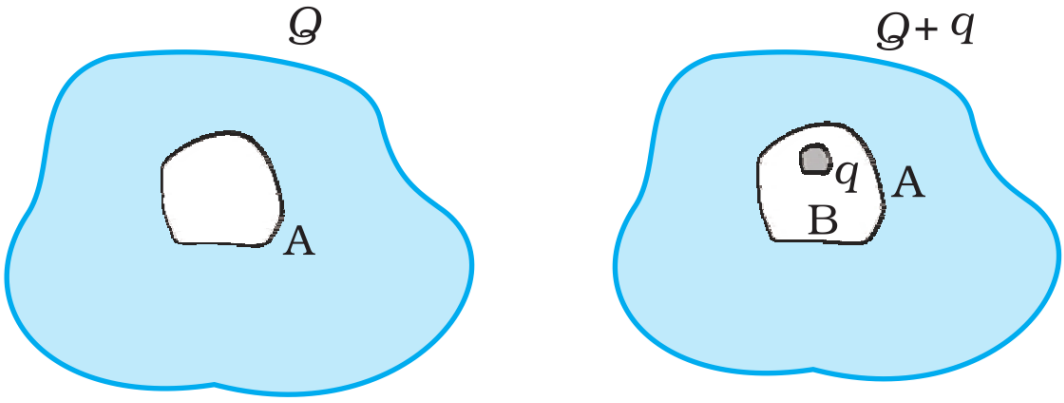
$\because$ विद्युत-क्षेत्र z-अक्ष के अनुदिश है तथा $\vec{p}, -z-$ अक्ष के अनुदिश है; अतः $\theta = 180^\circ$

$\therefore$ बल-आघूर्ण $\tau = pE\ sin180^\circ = 0$

प्रश्न 28 किसी चालक A, जिसमें चित्र (a) में दर्शाए अनुसार कोई कोटर/ गुहा (Cavity) है, को Q आवेश दिया गया है। यह दर्शाइए कि समस्त आवेश चालक के बाह्य पृष्ठ पर प्रतीत होना चाहिए। कोई अन्य चालक B जिस पर आवेश q है, को कोटर/ गुहा (Cavity) में इस प्रकार सँसा दिया जाता है कि चालक B चालक A से विद्युतरोधी रहे। यह दर्शाइए कि चालक A के बाह्य पृष्ठ पर कुल आवेश Q + q है [चित्र (b)]

किसी सुग्राही उपकरण को उसके पर्यावरण के प्रबल स्थिर विद्युत-क्षेत्रों से परिरक्षित किया जाना है। सम्भावित उपाय लिखिए।

उत्तर-



(a) (b)

a. हम एक गाऊसी सतह पर विचार करें जो पूरी एक चालक के भीतर है और गुहा को घेर रही है। आवेश चालक के अंदर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता E शून्य है।

मानलो के, चालक के अंदर q आवेश है और $\epsilon_\circ$ मुक्त स्थान की पारगम्यता है।

गाउस नियम के अनुसार,

फ्लक्स,

$\varphi = \hat{E}.ds\ q\epsilon_\circ$

$$\frac{q}{\epsilon_\circ} = 0$$

$$\because \epsilon_\circ \neq 0$$

$$\therefore q = 0$$

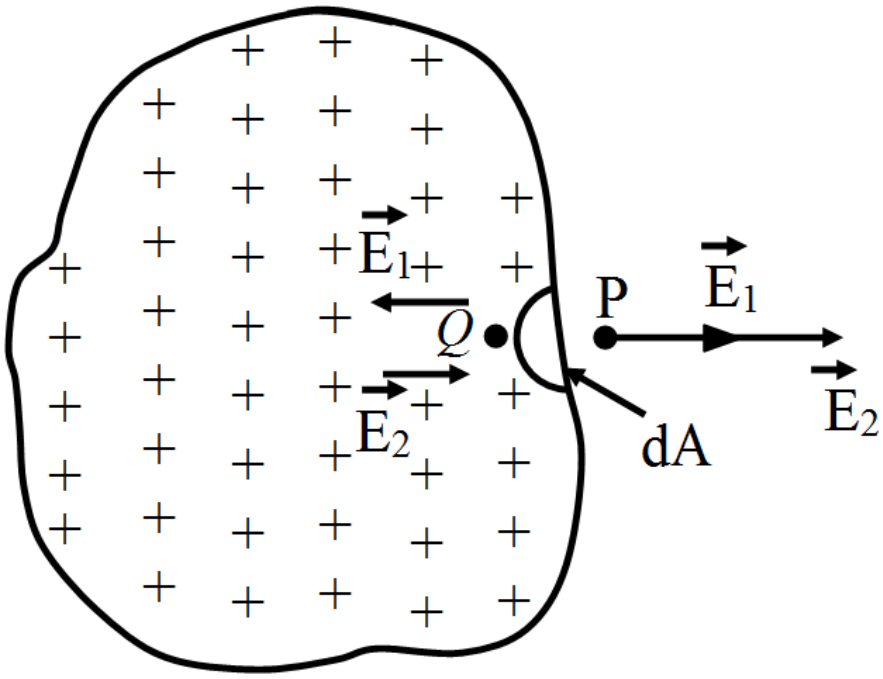
a. इसलिए, चालक के भीतर आवेश शून्य है। संपूर्ण आवेश Q, चालक की बाहरी सतह पर दिखाई देता है।

b. चालक A की बाहरी सतह पर Q आवेश होता है। एक और चालक B का आवेश +q को चालक A के अंदर रखा जाता है और यह A से आवरणयुक्त रहता है। इसलिए, -q का एक आवेश चालक A की आंतरिक सतह में प्रेरित होगा। और q+ आवेश चालक A की बाहरी सतह पर प्रेरित है। इसलिए, चालक A की बाहरी सतह पर कुल आवेश Q + q था।

c. एक सुग्राही उपकरण को उसके वातावरण में प्रबल स्थिरवैद्युत क्षेत्रों से एक धात्विक सतह के अंदर पूरी तरह से संलग्न करके परिरक्षित किया जा सकता है। एक बंद धातु निकाय स्थिरवैद्युत ढाल के रूप में कार्य करता है।

प्रश्न 29 किसी खोखले आवेशित चालक में उसके पृष्ठ पर कोई छिद्र बनाया गया है। यह दर्शाइए कि छिद्र में विद्युत-क्षेत्र $\left(\frac{\sigma}{2\pi_0}\right)\hat{n}$ है, जहाँ $\hat{n}$ अभिलम्बवत् दिशा में बहिर्मुखी एकांक सदिश है तथा छिद्र के निकट पृष्ठीय आवेश घनत्व है।

उत्तर-



माना किसी खोखले चालक को कुछ धनावेश दिया गया है, जो तुरन्त ही उसके पृष्ठ पर समान रूप से वितरित हो जाता है। माना आवेश का पृष्ठ घनत्व σ है। चालक के पृष्ठ के किसी अवयव dA पर विचार कीजिए। स्पष्ट है कि इस क्षेत्रफल अवयव पर उपस्थित आवेश की मात्रा q = σ dA होगी। माना इस क्षेत्रफल अवयव के अत्यन्त समीप चालक के पृष्ठ के बाहर तथा अन्दर दो बिन्दु क्रमश: P तथा Q हैं। चूँकि बिन्दु P पृष्ठ के समीप है; अतः चालक के कारण बिन्दु P पर विद्युत-क्षेत्र की तीव्रता E = σϵ0 पृष्ठ के लम्बवत् बाहर की ओर होगी। माना बिन्दु P पर अवयव dA तथा शेष चालक के कारण विद्युत-क्षेत्र की तीव्रताएँ क्रमश: E_1 व E_2 हैं, तब स्पष्टतया E_1 व E_2 दोनों पृष्ठ के लम्बवत् बाहर की ओर होंगी तथा परिणामी तीव्रता E, E_1 व E_2 के योग के बराबर होगी।

अतः $E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \ldots (1)$

चूँकि बिन्दु Q क्षेत्रफल अवयव dA के अत्यन्त समीप परन्तु P के विपरीत ओर है; अतः इस अवयव के कारण बिन्दु Q पर क्षेत्र की तीव्रता E_1 के बराबर परन्तु दिशा में विपरीत होगी, जबकि शेष चालक के कारण Q पर विद्युत-क्षेत्र की तीव्रता E_2 के बराबर तथा उसी की दिशा में होगी। चूँकि बिन्दु Q चालक के अन्दर है; अतः बिन्दु Q पर परिणामी तीव्रता शून्य होगी।

अतः बिन्दु Q पर परिणामी तीव्रता $E_2 - E_1 = 0$

अथवा $E_1 = E_2$ [बिन्दु Q पर E_1 व E_2 के विपरीत हैं।]

समीकरण (1) से $E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

अतः शेष चालक के कारण बिन्दु P पर विद्युत-क्षेत्र की तीव्रता $E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

अब यदि बिन्दु P पर एक छिद्र कर दिया जाए तो क्षेत्र अवयव dA तथा इसके कारण आन्तरिक बिन्दु Q पर विद्युत-क्षेत्र E_1 दोनों समाप्त हो जाएँगे। तब विद्युत-क्षेत्र E_2 छिद्र के किसी बिन्दु पर केवल शेष चालक के कारण शेष रहेगा।

अतः छिद्र पर विद्युत-क्षेत्र की तीव्रता

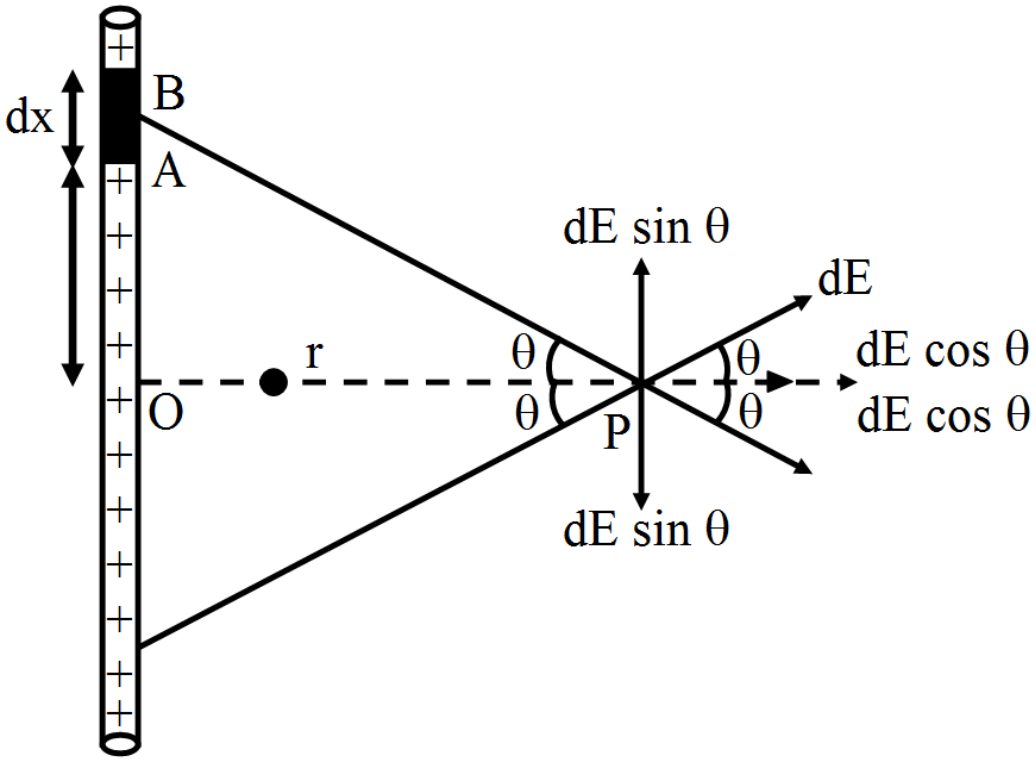
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon 0}\hat{n}$$

जहाँ n छिद्र पर बहिर्मुखी दिशा में एकांक सदिश है।

प्रश्न 30 गाउस नियम का उपयोग किए बिना किसी एकसमान रैखिक आवेश घनत्व 2 के लम्बे पतले तार के कारण विद्युत-क्षेत्र के लिए सूत्र प्राप्त कीजिए।

[संकेत: सीधे ही कूलॉम नियम का उपयोग करके आवश्यक समाकलन का मान निकालिए।]

उत्तर-



एकसमान रैखिक आवेश घनत्व वाले लम्बे पतले तार के कारण विद्युत-क्षेत्र (Electric Field due to a Long Straight Wire having Uniform Linear Charge Density)- माना एक लम्बे सीधे धनावेशित तार को एकसमान रैखिक आवेशं घनत्व है। हमें इस तार के कारण किसी बिन्दु P पर विद्युत-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। बिन्दु P से तार पर लम्ब PO खींचा। तार पर बिन्दु 0 से x दूरी पर एक सूक्ष्म अवयव AB = dx लिया।

∵ रैखिक आवेश घनत्व = λ

∴ अवयव dx पर आवेश की मात्रा bq = λdx

इस अवयव dx के कारण बिन्दु p पर

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता $dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{(AB)^2}$ [AP दिशा में]

माना $\angle OPA = \theta$ तथा OP = r

विद्युत क्षेत्र dE को OP के अनुदिश तथा OP के लम्बवत दिशा में वियोजित करने पर

OP के लम्बवत दिशा में वियोजित घटक $= dE \sin\theta$

OP के लम्बवत दिशा में वियोजित घटक $= dE \cos\theta$

∵ तार लम्बा है तथा बिन्दु O के दोनों ओर जाता है अतः एक ओर के प्रत्येक अवयव dx के संगत दूसरी ओर भी एक अन्य अवयव dx अवश्य ही ऐसा होगा की इन दोनों के कारण OP के लम्ब दिशा में विद्युत क्षेत्र के वियोजित घटक परस्पर निरस्त करेंगे जबकि OP की दिशा में वियोजित घटक परस्पर जुड़ जायेगे।

अतः पुरे तार के कारण बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \Sigma\, de\cos\theta$$

परन्तु = $\cos\theta = \frac{OP}{AP}$ तथा $AP^2 = OP^2 + OA^2$

$$\Rightarrow AP = (r^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore E = \Sigma \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{AP^2} \times \frac{OP}{AP}$$

$$= \Sigma \frac{1}{4\epsilon_0} \frac{r\lambda dx}{(AP)^3}$$

$$= \Sigma \frac{\lambda r}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx}{(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\int_{x=-\infty}^{\infty} \frac{\lambda r}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$x = r\tan\theta$ रखने पर

$$dx = r.\sec^2\theta\, d\theta$$

$$x = -\infty$$

$$\Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{2}$$

$$x = +\infty$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$E = \frac{\lambda r}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{r \sec^2\theta \, d\theta}{[r^2\tan^2\theta + r^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{r \sec^2\theta \, d\theta}{\sec^3\theta}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \times 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta \, d\theta$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} [\sin\theta]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}(1-0)$$

∴ तार से r दुरी पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_{0r}}\frac{\lambda}{r}$$

क्षेत्र की दिशा तार के लम्बवत् तथा तार से परे होगी। यदि तार ऋणावेशित है तो क्षेत्र की दिशा तार की ओर होगी।

प्रश्न 31 अब ऐसा विश्वास किया जाता है कि स्वयं प्रोटॉन एवं न्यूट्रॉन (जो सामान्य द्रव्य के नाभिकों का निर्माण करते हैं) और अधिक मूल इकाइयों जिन्हें क्वार्क कहते हैं, के बने हैं। प्रत्येक प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉन तीन क्वार्को से मिलकर बनता है। दो प्रकार के क्वार्क होते हैं: 'अप' क्वार्क (u द्वारा निर्दिष्ट) जिन पर $+\left(\frac{2}{3}\right)e$ आवेश तथा 'डाउन क्वार्क (d द्वारा निर्दिष्ट) जिन पर $-\left(\frac{1}{3}\right)e$ आवेश होता है, इलेक्ट्रॉन से मिलकर सामान्य द्रव्य बनाते हैं। (कुछ अन्य प्रकार के क्वार्क भी

पाए गए हैं जो भिन्न असामान्य प्रकार का द्रव्य बनाते हैं।) प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉन के सम्भावित क्वार्क संघटन सुझाइए।

उत्तर-

दिया है, $u = +\frac{2}{3}e$ तथा $d = -\frac{1}{3}e$

∵ प्रोटोन पर आवेश = +e

$$\Rightarrow +\frac{2}{3}e + \frac{2}{3}e - \frac{1}{e} = +e \text{ या } u + u + d = +e$$

अतः प्रोटॉन 2u क्वार्क तथा 1d क्वार्क से मिलकर बना है।

∵ न्युट्रान पर आवेश = 0

$$\Rightarrow +\frac{2}{3}e - \frac{1}{3}e - \frac{1}{3}e = 0 \text{ या } u + d + d = 0$$

अतः न्युट्रान एक u क्वार्क तथा 2u क्वार्क से मिलकर बना है।

प्रश्न 32

a. किसी यादृच्छिक स्थिर विद्युत-क्षेत्र विन्यास पर विचार कीजिए। इस विन्यास की किसी शून्य-विक्षेप स्थिति (null-point अर्थात् जहाँ E = 0) पर कोई छोटा परीक्षण आवेश रखा गया है। यह दर्शाइए कि परीक्षण आवेश का सन्तुलन आवश्यक रूप से अस्थायी है।

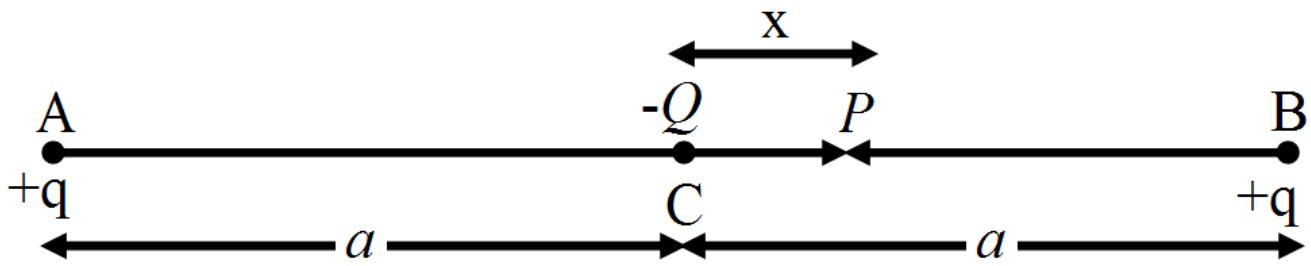
b. इस परिणाम का समान परिमाण तथा चिह्नों के दो आवेशों (जो एक-दूसरे से किसी दूरी पर रखे हैं) के सरल विन्यास के लिए सत्यापन कीजिए।

उत्तर-

a. माना शून्य विक्षेप स्थिति में रखे परीक्षण आवेश का सन्तुलन स्थायी है। अब यदि परीक्षण आवेश को सन्तुलन की स्थिति से थोड़ा-सा विस्थापित किया जाए तो आवेश पर एक प्रत्यानयन बल लगना चाहिए जो आवेश को वापस सन्तुलन की ओर ले जाए। इसका यह अर्थ हुआ कि उस स्थान पर शून्य विक्षेप बिन्दु की ओर जाने वाली क्षेत्र रेखाएँ होनी चाहिए। जबकि स्थिर विद्युत-क्षेत्र रेखाएँ कभी भी शून्य विक्षेप बिन्दु तक नहीं पहुँचतीं। अत: हमारी

यह परिकल्पना कि परीक्षण आवेश का सन्तुलन स्थायी है, गलत है। यह निश्चित रूप से अस्थायी सन्तुलन है।

b. माना दो बिन्दु आवेश (प्रत्येक +q) परस्पर 2a दुरी पर रखे है एक बिन्दु आवेश -Q इनके मध्य पर रखा हे।



बिन्दु आवेशों +q, +q के कारण -Q पर कार्यरत बल बराबर तथा विपरीत होने के कारण बिन्दु आवेश -Q सन्तुलन की स्थिति में रहेगा।

अब यदि -Q आवेश को x दुरी B की ओर विस्थापित कर दे तो इस पर कार्यरत बल

$$F_{PB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_q}{(a-x)^2}$$ PB दिशा में

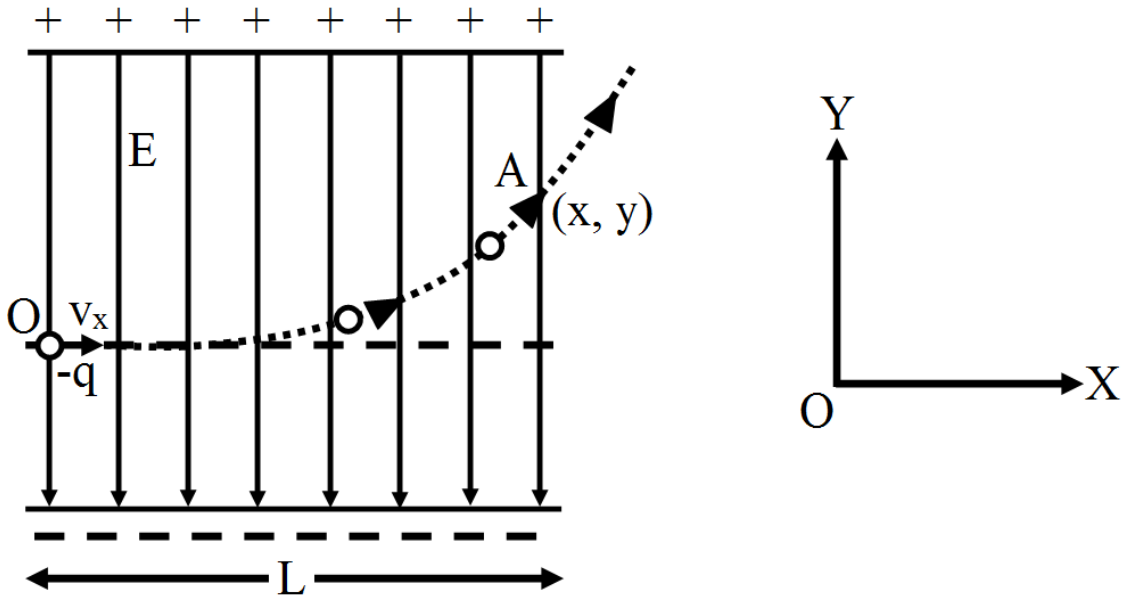
$$F_{PA} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_q}{(a+x)^2}$$ PA दिशा में

स्पष्ट है की $F_{PB} > F_{PA}$ अतः कण पर नेट बल PB दिशा में लगेगा जो कण को सन्तुलन की स्थिति से दूर ले जायेगा। अतः कण का मध्य बिन्दु पर सन्तुलन अस्थायी है।

प्रश्न 33 प्रारम्भ में 3-अक्ष के अनुदिश, चाल से गति करती हुई, दो आवेशित प्लेटों के मध्य क्षेत्र में m द्रव्यमान तथा -q आवेश का एक कण प्रवेश करता है (चित्र में कण 1 के समान)। प्लेटों की लम्बाई L है। इन दोनों प्लेटों के बीच एकसमान विद्युत-क्षेत्र E बनाए रखा जाता है। दर्शाइए कि प्लेट के अन्तिम किनारे पर कण का ऊर्ध्वाधर विक्षेप

उत्तर- एकसमान विद्युत-क्षेत्र में आवेशित कण (इलेक्ट्रॉन) का गमन-पथ- (i) जब कण का प्रारम्भिक वेग विद्युत-क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् है—माना धातु की दो समान्तर प्लेटें जिन पर विपरीत आवेश हैं, एक-दूसरे से कुछ दूरी पर स्थित हैं। इन प्लेटों के बीच के स्थान में विद्युत-क्षेत्र

एकसमान है। माना ऊपरी प्लेट धनावेशित है, जबकि नीचे की प्लेट ऋणावेशित है। अत: विद्युत-क्षेत्र E कागज के तल में नीचे की ओर दिष्ट होगा।



माना कोई कण जिस पर आवेश - q है तथा जो X-अक्ष के अनुदिश गतिमान है Ux वेग से विद्युत-क्षेत्र E में प्रवेश करता है। चूँकि विद्युत-क्षेत्र Y-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में नीचे की ओर है अतः कण पर Y-अक्ष के अनुदिश लगने वाला बल $F_y = qE$

माना कण का द्रव्यमान m है तब इस बल के कारण कण की गति में उत्पन्न त्वरण $a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{qE}{m}$

चूँकि कण का X-अक्ष के अनुदिश प्रारम्भिक वेग ux तथा त्वरण शून्य है; अतः X-अंश के अनुदिश t सेकण्ड में चली गई दुरी $x = v_x t$

चूँकि कण का Y-अक्ष के अनुदिश प्रारम्भिक वेग शून्य तथा त्वरण a_y है अतः Y-अक्ष के अनुदिश t सेकण्ड में चली गई दुरी

$$y = \frac{1}{2}a_{yt}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{qE}{m}\right)\left(\frac{x}{v_x}\right)^2$$

$$\left[\therefore t = \frac{x}{v_x}\right]$$

अतः

$$y = \left(\frac{qE}{2mv_x}\right)x^2$$

यह समीकरण $y = cx^2$ के समरूप है तथा परवलय को प्रकट करती है अतः विद्युत-क्षेत्र में अभिलम्बवत प्रवेश करने वाले आवेशित कण का गमन-पथ परवलयाकार होता है।

मन कण प्लेटो के बिच के क्षेत्र को बिन्दु A (x, y) पर छोड़ता है तब बिन्दु A के लिए x = L (∵ प्लेट की लम्बाई = L)

पथ के समीकरण में मान रखने पर,

$$y = \frac{qE}{2mv_x^2}L^2 = \frac{qEL^2}{2mv_x^2}$$

अतः प्लेटो के दूसरे किनारे पर कण का ऊर्ध्वाधर विक्षेप $\left(\frac{qEL^2}{2mv_x^2}\right)$ होगा।

प्रश्न 34 अभ्यास में वर्णित कण की इलेक्ट्रॉन के रूप में कल्पना कीजिए जिसको vx = 2.0 $\times 10^6 ms^{-1}$ के साथ प्रक्षेपित किया गया है। यदि 0.5 सेमी की दूरी पर रखी प्लेटों के बीच विद्युत-क्षेत्र E का मान 9.1×10^2 N/C हो तो ऊपरी प्लेट पर इलेक्ट्रॉन कहाँ टकराएगा? ($e = 1.6 \times 10^{-19}C$, $me = 9.1 \times 10^{-31}kg$)

उत्तर-

सूत्र $y = \left(\frac{qE}{2mv_x^2}\right)x^2$ से $x^2 = \left(\frac{2mv_x^2}{qE}\right)y$

यहाँ $E = 9.1 \times 10^2, P = e = 1.6 \times 10^{-19}, m = m_e = 9.1 \times 10^{-31}kg$

$u_x = 2.0 \times 10^6 ms^{-1}$ तथा $y = \frac{0.5}{2}cm = \frac{0.005}{2}m$

मान रखने पर

$$x^2 = \left(\frac{2\times9.1\times10^{-31}\times(2.0\times10^6)^2}{1.6\times10^{-19}\times9.1\times10^2}\right) \times \frac{0.005}{2}$$

$$= 1.125 \times 10^{-4}m^2$$

$$\therefore x = 1.12 \times 10^{-2}m = 1.12m$$

अतः इलेक्ट्रान ऊपरी प्लेट से 1.12 सेमी दुरी पर टकराएगा।

यहाँ यह माना गया है की इलेक्ट्रान प्लेटो के बिच के स्थान में ठीक बिच में प्रवेश करता है अतः प्लेट से टकराते समय इसका ऊर्ध्वाधर विक्षेप $y = \frac{0.5}{2}$ सेमी लिया गया है।